كلية التربية

كلية معتمدة من الهيئة القومية لضمان جودة التعليم

إدارة: البحوث والنشر العلمي (المجلة العلمية)

=======

برنامج قائم على البراعة الرياضية لتنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

إعـداد

د/ أسامة محمود محمد الحنان

مدرس المناهج وطرق تدريس الرياضيات

﴿ المجلد الرابع والثلاثون– العدد الحادي عشر– جزء ثانى– نوفمبر ٢٠١٨م ﴾

http://www.aun.edu.eg/faculty_education/arabic

الملخص:

هدف البحث إلى معرفة أثر برنامج قائم على البراعة الرياضية لتنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، واستخدم البحث المنهج التجريبي، حيث تكونت عينة البحث من (٨٢) تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي، موزعين على مجموعتين أحداهما ضابطة وعددها (٤٠) تلميذا وتلميذة والأخرى تجريبية وعددها (٤٢) تلميذا وتلميذة، ثم أعد الباحث البرنامج متضمنا دليلا المعلم وأوراق عمل التلاميذ، واختبار لمهارات الترابط الرياضي، ومقياس للميل نحو الرياضيات في وحدتي "النسبة والتناسب"، وتم تطبيق أداتي البحث قبليا وبعديا على مجموعتي البحث، وتوصلت نتائج البحث إلى وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترابط الرياضي ككل وفي جميع مهاراته، ولمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية التي درست باستخدام البرنامج، وأوصى البحث بتضمين البراعة الرياضية ومكوناتها ومهارات الترابط الرياضي في محتوى برامج إعداد معلم الرياضيات في كليات التربية.

الكلمات المفتاحية: البراعة الرياضية– الترابط الرياضي– الميل نحو الرياضيات.

Abstract:

The research aimed at knowing the effect of mathematical proficiency based program to develop the skills of mathematical connection and tendency toward mathematical for the primary stage students and used the experimental method as the sample consisted of (82) male and female students of the sixth grade primary pupils ,on two groups, donored of (40) male and female pupils ,and experimental of (42) male and female pupils, the researcher prepared the program including directory for the teacher and the worksheet of the pupils and test of the skills of the mathematical connection a measure of tendency towards mathematics; the researcher applied the tools of the researcher pre and post of the two groups, the result reached an existence a statistical difference at the level (0.01) between the marks of the two groups in the post application for the test of the skills of the mathematical connection as a whole and of all its skills.

The researcher commended to be included the proficiency of mathematical components and the skills of the mathematical connection in the context of the program of the mathematics teacher in the Faculty of Education

Key words : Mathematical Proficiency – Mathematical Connection – Tendency towards Mathematics .

المقدمــة:

تتمتع الرياضيات بطبيعة مميزة في بنيتها وتنظيمها وتطبيقاتها المختلفة في العلوم الأخرى وفي الحياة، فهي بناء استدلالي تتسم قضاياه بالتجريد، فعلى الرغم من ذلك تم تبسيطها وتنظيمها في تسلسل هرمي، بحيث تبدأ بالمفاهيم الأولية، والمهارات البسيطة، تليها المفاهيم الثانوية والمهارات المركبة حتى تتلاءم مع خصائص المتعلمين.

وينبغي أن يتضمن تعليم وتعلم الرياضيات المدرسية تعلم الترابط بين الأفكار الرياضية وبعضها البعض، وبين الخبرة السابقة والحالية من أجل توليد معلومات جديدة، وبنائها بحيث تسهم في فهم أفضل للرياضيات، وبالتالي يستطيع التلميذ ربط موضوعات الرياضيات ببعضها ومع العلوم الأخرى، وكذلك يدرك قيمة ما يتعلمه التلميذ من الرياضيات في حياته اليومية.

وحيث إن الرياضيات ليست مجموعة من المعارف المنفصلة أو مجموعة من الموضوعات المنعزلة، إنما هي شبكة من البناء المعرفي، تبنى فيها الأفكار على بعضها البعض وترتبط فيما بينها بقواعد وقوانين، وهو ما يحتم عند تعليم الرياضيات أن يؤخذ في الاعتبار البنية المنطقية لها، ولا ينصب الاهتمام على التعامل مع ما بها من مفاهيم أو مبادئ أو مهارات بمعزل عن بعضها البعض، حتى لا ينعكس ذلك على المتعلمين في تعاملهم ومعالجتهم للرياضيات المكتوبة سواء كان ذلك في حدود المقرر الدراسي أو خارجه. (الرباط، ٢٠١٢، ٥٦)

ويمثل الترابط الرياضي نقلة نوعية في النظرة إلى طبيعة الرياضيات المدرسية من قطع متناثرة ومعزولة من المعرفة إلى كل مترابط ومتناسق بشكل محكم، كما أنه يربطها بشكل وثيق مع المواد الدراسية الأخرى والعالم الحقيقي. (السواعي، ٢٠٠٤، ١٢)

ويتضمن الترابط الرياضي إدراك التلاميذ للترابطات بين فروع الرياضيات المختلفة، والترابطات مع العلوم الأخرى، وخدمة الأنشطة الحياتية المتنوعة من خلال القوانين والأساليب المنطقية والتنظيمية وأنشطتها. (المقيد، ٢٠١٧، ٣٢: ٣٣)

وتؤكد دراسة النعيمي (٢٠١٦) على أن الربط بين المعرفة الحالية بالسابقة عند المتعلم من جانب، وتقديمها ككل مترابط ومتناسق يبرز العلاقة بين خبرات الرياضيات المكتسبة في الفصل وبين المواد الأخرى وكذلك أنشطة الحياة اليومية، كما أن ربط بين المعرفة الحالية والسابقة، يعزز العلاقة بين المبادئ والأفكار الرياضية، وكذلك بين مجالات المحتوى الرياضي.

وفي ضوء مشروع الدراسة الدولية (TIMSS, 2004) كان تحقيق الترابط الرياضي من بين أهم الأفكار الرياضية المميزة والمسببة للتميز في تعليم وتعلم الرياضيات (الرويس، ٢٠١١، ٣٨٥)، فعندما يستطيع التلاميذ ربط الأفكار الرياضية فيما بينها من جهة، ومع ما حولها من جهة أخرى، فإن فهمهم يصبح أكثر عمقا واستمرارية من خلال التدريس الذي يؤكد على ارتباط الأفكار الرياضية حيث لا يتعلم التلاميذ الرياضيات فحسب، لكنهم يدركون فائدة الرياضيات واستخداماتها. (قاسم وعبد العبودي، ٢٠١٤، ٢٨٥؛ أبو سرية، ٢٠١٦، ٣٢)

ويعد الترابط بين الرياضيات والعلوم الأخرى أحد التوجهات المعاصرة في تعليم وتعلم الرياضيات في المرحلة الابتدائية؛ فالتلاميذ يتمكنون من الرياضيات عندما يربطون المفاهيم الرياضية ببعضها البعض أو بحياتهم الخاصة، فهم يبنون المعرفة بربط فكرة جديدة بالخبرات السابقة. (الرباط، ٢٠١٢، ٥٧)

وهذا بالضرورة يتطلب إدراك المتعلم للعلاقات بين محتويات المادة، وادراك الترابطات بين المواد الدراسية، إضافة إلى إدراك العلاقات بين الرياضيات وما يربطها بحياة المتعلم، كما يتطلب من المعلم فهمه لتتابع المعرفة الرياضية، والمامه بما سبق، حتى لا يكرر المفاهيم والمعلومات الرياضية السابقة، وادراكه لكيفية ربط الرياضيات بالمواد الدراسية المختلفة، لكي يوجه المتعلمين إلى عمل تلك الترابطات الرياضية؛ التي تساعدهم على فهم أفضل للرياضيات، ونمو معرفتهم الرياضية بصورة صحيحة.

وتؤكد دراسة Eli (2009) أن هناك علاقة وثيقة بين الترابط الرياضي وحل المشكلات الرياضية، فالتلاميذ القادرين على حل المشكلات هم أولئك الذين يمكنهم بسهولة التعامل مع المعرفة الرياضية بشكل منتظم، كما يمكنهم إيجاد الروابط بين عناصر تلك المعرفة، وأنه بالرغم من معرفة التلاميذ بشكل عام للمتطلبات والمعارف اللازمة لحل المسائل، إلا أنه من الضروري التعامل مع تلك المعارف بشكل يسهل إيجاد العلاقة بينها.

كما أوصت دراسة الرباط (٢٠١٢) بضرورة الربط بين الرياضيات داخلها بين موضوعاتها المختلفة وخارجها بينها وبين المواد الدراسية الأخرى، وبينها وبين أنشطة الحياة اليومية، واعداد المعلمين في كليات التربية قادرين على الربط بين الرياضيات والمجالات الدراسية الأخرى، وبينه وبين موضوعاته، وبينه وبين الحياة اليومية.

وبدون الترابط الرياضي تصبح فرصة الوصول للمعرفة السابقة والإضافة عليها عملية صعبة، فالترابط يساعد على بناء التعلم ونموه وتعميقه وبقائه؛ كما أنه يضمن عدم التكرار في المعلومات، ويساعد على تحديد الخطوط التي تربط خبرات التعلم المتنوعة، حتى يتسنى تنظيمها وربطها بالسياق والمحتوى والأهداف. (أبو سرية، ٢٠١٦، ٣٢)

ويصنف الكبيسي وعبدالله (٢٠١٥، ١١٨: ١٢٧) وحمدي (٢٠١٦، ١٩٥) والنعيمي (٢٠١٦، ٤٤: ٤٦) والصيداوي وخزعل (٢٠١٧، ٤٠٢) مهارات الترابط الرياضي إلى:

١. التعرف على الروابط بين الأفكار الرياضية واستخدامها.
٢. فهم كيفية ارتباط الأفكار الرياضية وتماسكها لتصبح كلا متكاملا.
٣. التعرف على تطبيقات الرياضيات في سياقات غير رياضية.

وأكد العديد من الدراسات على ضرورة تنمية مهارات الترابط الرياضي مثل دراسة Businskas (2008) ودراسة البركاتي (٢٠٠٨) ودراسة Applebaum& Leikin (2010) ودراسة Glacey (2011) ودراسة قاسم والصيداوي (٢٠١٣) ودراسة عمر (٢٠١٣) ودراسة خطاب (٢٠١٣) ودراسة خليل (٢٠١٦) ودراسة Ormond (2016) ودراسة Thanheiser (2017) ودراسة المقيد (٢٠١٧) ودراسة ضهير (٢٠١٧) ودراسة الصيداوي وخزعل (٢٠١٧).

والميل نحو الرياضيات يدفع التلميذ للقيام بعمل معين أو بنشاط ما أو حل مشكلة ما نتيجة الشعور بالاستمتاع والارتياح، ومن أجل ذلك فإن من واجب المعلم أن يخلق جوا تعليميا مريحا في تدريس الرياضيات، بحكم كونها علما مجردا وتراكميا، حيث يشعر التلميذ بالخبرات السارة التي تعمل على تثبيت السلوك المطلوب لتلك الخبرات، وعلى ذلك فإن النشاط المرتبط بالرياضيات ينبغي أن يكون محببا للتلاميذ، ليجد كل تلميذ ما يشبع ميوله.

وتؤدي الميول دورا مهما في تحقيق أهداف العملية التعليمية، حيث تعد من أهم جوانب الشخصية التي تؤثر على دافعية المتعلمين، وتساعد على زيادة حماسهم، واثارة اهتماماتهم، مما يؤدي إلى زيادة تحصيلهم للمواد الدراسية المختلفة، فمن البديهي أن يظهر الأفراد نجاحا في الأعمال والأشياء التي تتفق مع ميولهم، فالميل إلى الشيء لا يقف عند حب الفرد لهذا الشيء والنجاح فيه فقط، بل يمكن أن يتخطى ذلك إلى التعلق به، والإبداع فيه. (الحسني،٢٠١٤، ٤٣)

وأوصت دراسة أبو الحديد (٢٠٠٦) بالتركيز على ميول التلاميذ أثناء تدريس الرياضيات باعتبارها وسيلة مهمة لتحقيق الفهم وزيادة التحصيل، كما أوصت بالتنوع في الإستراتجيات المستخدمة في تدريس الرياضيات، وخاصة في المرحلة الابتدائية لزيادة استمتاع المتعلم بدراسة المادة، وزيادة ميوله نحوها.

وفي ضوء ما سبق فالميول تدفع الأفراد للاهتمام والانتباه بالأشياء، أو المهام، أو الموضوعات التي ينجذبون إليها ويشعرون تجاهها بالارتياح، لذلك اهتمت بعض من الدراسات بتكوين ميول إيجابية نحو الرياضيات منها دراسة Tulis& Ainley (2011) ودراسة الساعدي (٢٠١١) ودراسة Kaldo& Reiska (2012) ودراسة أبو هلال (٢٠١٢) ودراسة عشوش (٢٠١٥) ودراسة يونس (٢٠١٥) ودراسة أبو نرجس (٢٠١٦) ودراسة الليثى (٢٠١٧).

وينبغي على معلمي الرياضيات الاعتماد على البرامج التعليمية والإستراتجيات التدريسية التي تساهم وتساعد المتعلم في تعميق وتثبيت الفهم لديه عن طريق إقامة الترابطات الرياضية التي بدورها تساعد المتعلم على تكوين بناء رياضي متكامل يساهم في تنمية أنماط التفكير المختلفة. (منصور، ٢٠١٥، ١٦٠: ١٦١)

ولقد ظهر مصطلح البراعة الرياضية الذي تم اختياره من قبل لجنة التعلم الرياضية التي وضعها المجلس الوطني للبحوث في أمريكا National Research Council (NRC) في مطلع القرن الحادي والعشرين ليدل على ما يعنيه تعلم الرياضيات بنجاح، وتم وصفها في خمسة مجالات لتعلم الرياضيات والتي تعتبر بالغة الأهمية لتنمية قدرات التلاميذ وتأهيلهم عقليا وعلميا، وتجعل التلاميذ أكثر وعيا لما يجري حولهم، وتمكينهم من العيش بشكل واعي وناجح، فهم يتقنون رياضيا: الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية والكفاءة الإستراتيجية والاستدلال الكيفي والنزعة الرياضية المنتجة، وهي تعبر عن متطلبات نجاح الفرد في تعلم الرياضيات، إذ حدد الطرق التي تكفل تعلم الرياضيات لأي شخص بنجاح. والوصول إلى الهدف التي تسعى الرياضيات إلى تحقيقه وهو البراعة الرياضية. (NRC, 2001, 115)

وتعد البراعة الرياضية هدفا رئيسا في برامج تعليم الرياضيات ومدخلا في تطوير البرامج من خلال التركيز على مكوناتها: الاستيعاب المفاهيمى، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفى، والميل إلى الإنتاج (Regan, 2012, 51)، كما أنها مدخل معاصر لتطوير تعليم الرياضيات ويرتبط بمحاور ثلاثة رئيسة هي: براعة المحتوى العلمي في ترابطه وأهميته بالنسبة للمتعلم، وبراعة المعلم في معالجة المحتوى العلمي، إضافة إلى مكونات البراعة الرياضية التي ينبغي تنميتها وقياسها لدى المتعلم. (Philipp, 2010, 11)

وتمثل البراعة الرياضية قدرة التلاميذ على تنفيذ بعض العمليات الرياضية من فهم واستيعاب المفاهيم الرياضية بدلا من حفظها فقط، وتنفيذ الإجراءات بمرونة وبدقة، توظيفها في حل المشكلات الرياضية وانتاج معرفة رياضية جديدة من خلال التأمل والتفسير، والشعور بأن الرياضيات مادة ذات فائدة في حياتهم العامة، وخلال هذه العمليات يكتسب التلاميذ أبعاد البراعة الرياضية.

ويحدد كل NRC (2012, 125) Groves (2013, 106)Ally& Christiansen California State Board of Education (2014, 6) (2001, 6) خمسة مكونات رئيسة للبراعة الرياضية هي:

١. **الاستيعاب المفاهيمي:** يعني استيعاب المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية.
٢. **الطلاقة الإجرائية:** هي المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة وبدقة وبشكل مناسب.
٣. **الكفاءة الإستراتيجية:** تعني القدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية.
٤. **الاستدلال التكيفي:** يعني القدرة على التفكير المنطقي والتأملي والتفسير والتبرير.
٥. **الرغبة المنتجة:** هو الميل أو الرغبة لرؤية الرياضيات كمادة نافعة ومفيدة وجديرة بالاهتمام، إلى جانب الإيمان بالاجتهاد والكفاءة الشخصية.

ومن المهم معرفة أن هذه المكونات متداخلة ومتشابكة، وأن كلا منها يدعم ويعزز المكونات الأخرى، فلا تتحقق البراعة الرياضية لدى تلاميذ إلا إذا تحققت الخمسة عناصر، فهي تعكس المهارات والقدرات التي ينبغي أن تتوافر لدى التلاميذ أثناء تعلمهم للرياضيات، لذلك ينبغي أن يركز تعليم وتعلم الرياضيات المدرسية على التنمية المتكاملة والمتوازنة لجميع المكونات الخمسة.(Hoffmann et al, 2014, 5; Figgins, 2010, 22) أي أن البراعة الرياضية ليست سمة ذات بعد واحد، ولا يمكن تحقيقها من خلال التركيز على فرع واحد فقط أو اثنين من هذه المكونات. (NRC,2001,115-117)

فعلى سبيل المثال فإن اكتساب الاستيعاب المفاهيمى يتطلب قدرا كبيرا من الطلاقة الإجرائية لتنمية وزيادة الفهم عند حل المشكلات غير الروتينية التي تتطلب هي الأخرى كفاءة إستراتيجية لحلها، كذلك فإن اتجاهات ومعتقدات التلاميذ عن أنفسهم كمتعلمين (رغبة منتجة) تكون أكثر إيجابية عند السعي إلى حل تلك المشكلات، فالمتعلم ذو البراعة في الرياضيات يستوعب المفاهيم بعمق، ولديه الطلاقة في إجراء الحسابات، يتقن استخدام المعرفة الرياضية، يفكر بوضوح وبمرونة، ولديه نظرة إيجابية تجاه الرياضيات. (Khairani & Nordin, 2001, 35)

وأكد العديد من الدراسات على أهمية البراعة الرياضية منها دراسة Moodley (2008) ودراسة Samuelsson (2010) ودراسة Colton (2010) ودراسة Regan (2012) ودراسة Jbeili (2012) ودراسة Siegfried& Zig (2012) ودراسة Harper (2012) ودراسة Moseley (2012) ودراسة Kastberg& Frye (2013) ودراسة Danielle (2014) ودراسة Sitomer (2014) ودراسة Allsopp et al (2017) ودراسة Awofala (2017) ودراسة Groth (2017).

كما أوصت دراسة المعثم والمنوفي (٢٠١٤) بتوجيه المتخصصين في تعليم الرياضيات إلى إثراء موضوع البراعة الرياضية بالدراسات النظرية والتطبيقية، واقامة وزارة التربية والتعليم لدورات تدريبية متخصصة في البراعة الرياضية ومكوناتها.

وأوصت دراسة رضوان (٢٠١٦) بضرورة اهتمام وزارة التربية والتعليم بتوفير بيئة تعليمية مزودة بمواد تعليمية ملائمة ومساعدة للمعلم في تطبيق برنامج البراعة الرياضية، وضرورة تدريب معلمي الرياضيات بإعداد دورات تدريبية على التعليم وفق البراعة الرياضية كطريقة تدريس، لما لها من نتائج إيجابية على العملية التعليمية.

مشكلة البحث:

لقد أحس الباحث بمشكلة البحث من خلال التالي:

- **الدراسات السابقة:** حيث أظهرت بعض الدراسات والبحوث السابقة وجود ضعف في إدراك التلاميذ لمهارات الترابط الرياضي منها دراسة Rider (2004) ودراسة البركاتي (٢٠٠٨) الرفاعي (٢٠١٢) ودراسة القبيلات والمقدادي (٢٠١٤) ودراسة عبدالفتاح (٢٠١٤) ودراسة خليل(٢٠١٦) ودراسة حمدي (٢٠١٦) ودراسة الصيداوي وخزعل (٢٠١٧).

كما أكدت دراسة خطاب (٢٠١٣) على وجود ضعف في إدراك الطلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية للروابط بين موضوعات الرياضيات وكذلك روابطها بمواقف الحياة وعلاقتها بفروع العلوم الأخرى، فتبين عدم إدراج الطلاب لأية أنشطة تثير الروابط الرياضية؛ مما يدل على ضعف قدرتهم على إدراكهم للروابط الرياضية وأهميتها، وضعف استخدامهم للأنشطة التي تسعى إلى ربط موضوعات الرياضيات ببعضها البعض، وربط الرياضيات باستخداماتها في الحياة اليومية، وكذلك ربطها بالعلوم الأخرى.

كما أعدت دراسة النعيمي (٢٠١٦) اختبارا للترابط الرياضي وتطبيقه على العينة الاستطلاعية، حيث بلغت نسبة امتلاك الطالبات لمهارات الترابط الرياضي (٤٦,٢٤%) مما يدل على افتقار طالبات الصف الأول الثانوي لمهارات الترابط الرياضي، وأرجعت ذلك إلى أن التدريس يتم بطريقة تقليدية غير محفزة لتعلم الرياضيات، ولا يتم ربط الرياضيات وتطبيقاتها بالحياة اليومية للطالبات، وشعورهن بعدم أهمية وفائدة الرياضيات.

ودراسة عبد الله وأمين (٢٠١٧) التي أظهرت (٩٠%) من النتائج وجود ضعف في ممارسة مهارات الترابط الرياضي، وقد عزا أغلب المعلمين أسباب عدم ممارستهم وتلاميذهم لمهارات الترابط الرياضي أثناء الموقف التعليمي إلى وجود قصور في تضمين هذه المهارات محتويات الكتاب المدرسي وعدم اهتمام المعلمين بها من أجل تكملة المنهج.

ودراسة قاسم وعبد العبودي (٢٠١٤) التي قامت بتحليل كتابي الرياضيات للمرحلة الابتدائية (الخامس الابتدائي، السادس الابتدائي) في ضوء معايير (NCTM, 2000) تبين إن المعايير قد حققت نسب متفاوتة ولم تظهر بطريقة متوازنة، وانما تمت بطريقة تفتقر إلى الترابط في الصفين الخامس والسادس الابتدائي على التوالي٢٥% للصف السادس و٣٧,٥% للصف الخامس.

وأكدت بعض الدراسات والبحوث السابقة على ضعف ميول بعض التلاميذ نحو مادة الرياضيات مثل دراسة أبو الحديد (٢٠٠٦) ودراسة أبو علي (٢٠١٣) ودراسة حسن (٢٠١٣) ودراسة علي (٢٠١٣) ودراسة محمد (٢٠١٤) ودراسة يونس (٢٠١٥) ودراسة أبو نرجس (٢٠١٦) ودراسة الليثى (٢٠١٧) ودراسة عبد القادر (٢٠١٨) ودراسة أبوهلال (٢٠١٨).

- **الواقع التعليمي:** من خلال إشراف الباحث على مدارس التربية العملية وقيامه بالزيارات الميدانية المتتالية، ومقابلة المعلمين وأخذ آرائهم، واجراء مقابلات مع التلاميذ، والاطلاع على مقرر الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي وتحليل محتوى وحدتي "النسبة والتناسب" المقررة عليهم، فقد اتضح للباحث ضعف ميول التلاميذ نحو مادة الرياضيات وقصور في مهارات الترابط الرياضي المتمثلة في معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها، وفهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض، وربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى، وذلك من خلال وجود صعوبات لدى التلاميذ منها:

- نفور كثير من التلاميذ من حل المسائل الرياضية المتعلقة بحساب (النسبة– التناسب– النسبة المئوية)
- معظم طرائق التدريس التي يتبعها مدرسي مادة الرياضيات لا تثير دافعية التلاميذ وحماسهم وبالتالي لا تنمي ميولهم نحو الرياضيات، بل على العكس من ذلك فهي تؤدي بهم إلى الرتابة والملل.
- التلاميذ يتوجهون إلى حفظ المفاهيم والعلاقات الرياضية دون الربط بين الخبرات السابقة والحالية.
- قلة تدريب التلاميذ على العمليات العقلية المرتبطة بحل المسائل اللفظية، وتدريبهم على الاستفادة من المعطيات وتحديد المطلوب والربط بين عناصر المسألة، ومن ثم استخلاص معلومات وعلاقات جديدة.
- توظيف العمليات الحسابية في إيجاد النسبة وتحويل النسبة إلى كميتين متماثلتين (من نفس النوع)، وحل مسائل حياتية متعلقة بحساب (النسبة– التناسب– النسبة المئوية).
- حساب معدل التصغير والتكبير باستخدام مقياس الرسم، وكذلك حساب الطول الحقيقي والطول في الرسم في مواقف حياتية.
- تحويل نسبة مئوية لكسر والعكس، وحساب الفائدة أو الخصم بمعرفة النسبة المئوية لكل منهما، وحساب النسبة المئوية للمكسب أو الخسارة بمعرفة مقدار كل منهما.

ومما سبق يشير الواقع التعليمي إلى افتقار المتعلمين إلى استخدام مهارات الترابط الرياضي وضعف ميولهم نحو مادة الرياضيات.

وللتأكد من ذلك والوصول إلى صورة أكثر تحديدا للمشكلة قام الباحث بدراسة استطلاعية.

- **الدراسة الاستطلاعية:** تم القيام بدراسة استطلاعية من خلال تطبيق اختبار مبدئي في مهارات الترابط الرياضي ومقياس الميل نحو الرياضيات على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بلغ عددهم (٤٠) تلميذا وتلميذة، وتوصلت النتائج إلى وجود تدن ملحوظ في مهارات الترابط الرياضي بلغت نسبة امتلاك التلاميذ لمهارات الترابط الرياضي ٣٠%، ووجود ضعف في الميل نحو الرياضيات، حيث بلغت نسبة امتلاك التلاميذ للميل نحو الرياضيات ٣٢,٥%.

ومما سبق تتحدد مشكلة البحث في وجود انخفاض في مستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي في مهارات الترابط الرياضي وضعف ميولهم نحو الرياضيات في وحدتي "النسبة والتناسب"؛ ولذلك حاول البحث استخدام برنامج قائم على البراعة الرياضية في تنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

سؤالا البحث: حاول البحث الحالي الإجابة عن السؤالين التاليين:

- ما أثر برنامج قائم على البراعة الرياضية في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- ما أثر برنامج قائم على البراعة الرياضية في تنمية الميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

فرضا البحث:

- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترابط الرياضي.
- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات.

هدفا البحث: هدف البحث إلى معرفة:

- تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي باستخدام برنامج قائم على البراعة الرياضية.
- تنمية الميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي باستخدام برنامج قائم على البراعة الرياضية.

أهمية البحث: يستمد هذا البحث أهميته من:

أ- **الأهمية النظرية:** حيث يقدم البحث إطارا نظريا يتناول البراعة الرياضية من حيث مفهومها ومكوناتها وأهميتها، وكذلك الترابط الرياضي من حيث مفهومه ومهاراته وأهميته ودور المعلم فيه، وكذلك الميل نحو الرياضيات من حيث مفهومه وأهميته.

ب- الأهمية التطبيقية: قد يفيد البحث الحالي من الناحية التطبيقية:

- **التلاميذ:** من حيث تحديد مهارات الترابط الرياضي المناسبة لهم ومدى توافرها لديهم، وتدريبهم على ممارستها، وكذلك محاولة تنميتها من خلال تدريس موضوعات البرنامج.
- **المعلمين:** من حيث كيفية إعداد المعلمين لدروسهم في ضوء البرنامج من خلال تقديم دليل المعلم لهم، واختبار مهارات الترابط الرياضي، ومقياس الميل نحو الرياضيات.
- **مخططي برامج ومناهج الرياضيات:** توجيه أنظار القائمين على برامج تطوير إعداد المعلم ومخططي المناهج إلى الاهتمام بالبراعة الرياضية، وتضمين مهارات الترابط الرياضي في مناهج الرياضيات.

- **الباحثين:** تقديم مجموعة المقترحات للبحوث التي تتناول البراعة الرياضية والترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات، وفتح آفاقًا جديدة أمام الباحثين في تدريس الرياضيات لاستخدام البراعة الرياضية في المراحل التعليمية الأخرى.

مصطلحات البحث:

البراعة الرياضية

هي مجموعة من العمليات ومهارات التفكير والجوانب الوجدانية (الاتجاهات والميول) التي تعزز تعلم التلاميذ للرياضيات، والتي تتضمن فهم المفاهيم الرياضية، وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وبشكل ملائم والقدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات، باستخدام إستراتيجيات التفكير المنطقي والتأملي وتبرير وتفسير الحلول ويرتبط ذلك بالفائدة والمنفعة للرياضيات في الحياة العملية. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٦٣: ٦٤؛ حسن، ٢٠١٦، ٥٨؛ عبد الحميد، ٢٠١٧، ٤١)

وتعرف البراعة الرياضية إجرائيا بأنها مجموعة من العمليات والمهارات العقلية التي تتضمن قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على استيعاب المفاهيم والقوانين والعلاقات الرياضية وتنفيذ العمليات الرياضية بمرونة ودقة عالية واستخدام أنسب الإجراءات للوصول إلى حل للمشكلات التي تواجهه، إضافة إلى تفسير تنفيذ الإجراءات المستخدمة والتحقق من صحة الحل، حتى يصل إلى رؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة ويكتسب الثقة في استخدامها.

البرنامج القائم على البراعة الرياضية:

يعرف إجرائيا بأنه مجموعة من الموضوعات الدراسية المصممة بطريقة مترابطة ومتضمنة مجموعة من الخبرات والأنشطة والوسائل وأساليب التدريس والتقويم المتنوعة بهدف تنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

مهارات الترابط الرياضي

يعرف ضهير(٢٠١٧، ٢١٦) الترابط الرياضي بأنه المهارة التي من خلالها يدرك التلاميذ فهم التماسك بين الرياضيات ككل متكامل بفروعها المختلفة، وارتباط الأفكار الرياضية ببعضها البعض لتصبح كلا متكاملا ومترابطا، وتطبيقها في مجالات أخرى خارج الرياضيات وفي خدمة مجالات الحياة المختلفة.

وتعرف مهارات الترابط الرياضي إجرائيا بأنها مهارات عقلية يؤديها تلميذ الصف السادس الابتدائي وتتضمن ربط الأفكار والعلاقات الرياضية، وادراك مدى فائدة الرياضيات وترابطها من خلال استخدام قوانينها وأساليبها المنطقية وأنشطتها في خدمة بعضها البعض أو في خدمة العلوم الأخرى أو في الأنشطة الحياتية المتنوعة وهي (معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها– فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكي تنتج كلا متكاملا ومترابطا– ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى).

الميل نحو الرياضيات

هو كل ما يبديه التلاميذ من رغبة ونزوع لدراسة مادة الرياضيات من خلال ما يعبرون عنه من مشاعر الحب والارتياح اتجاه المادة. (الليثي، ٢٠١٧، ١٧٨)

ويعرف إجرائيا بأنه شعور تلميذ الصف السادس الابتدائي بالاستمتاع والارتياح أثناء دراسة الرياضيات وتطبيقاتها وأنشطتها واهتمامه بتعلمها وشعوره بأهميتها وحبه لمعلمها.

حدود البحث:

- وحدتي "النسبة والتناسب" في مقرر الرياضيات للصف السادس الابتدائي، وتم الاعتماد على هاتين الوحدتين لأهميتهما؛ كونهما يحتويا على مشكلات ومواقف تثير عقل التلميذ، ومفاهيم وتعميمات وأفكار رياضية أساسية للمراحل التعليمية المقبلة.
- تكونت عينة البحث من فصلين أحدهما مجموعة ضابطة والأخرى تجريبية من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمـدرسة عمر بن الخطاب بموشا بمحافظة أسيوط.
- بعض مهارات الترابط الرياضي المتضمنة في وحدتي " النسبة والتناسب" لمقرر الرياضيات للصف السادس الابتدائي، وهي (معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها– فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكي تنتج كلا متكاملا ومترابطا– ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى).

منهـج البحث: تم استخدام المنهج التجريبي لمعرفة تأثير المتغير المستقل وهو (برنامج قائم على البراعة الرياضية) على المتغيرين التابعين وهما (مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات) لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، ولذلك استخدم التصميم شبه التجريبي ذي المجموعات المتكافئة.

مواد وأدوات البحث: تم إعداد المواد والأدوات الآتية:

مواد البحث: البرنامج ويتضمن دليل المعلم وأوراق عمل التلميذ في وحدتي "النسبة والتناسب" المقررة على تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

أدوات البحث:

- اختبار مهارات الترابط الرياضي للصف السادس الابتدائي
- مقياس الميل نحو الرياضيات للصف السادس الابتدائي.

إجراءات البحث:

١. الاطلاع على بعض الدراسات والأدبيات السابقة التي تناولت البراعة الرياضية والترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات.
٢. اختيار وحدتي "النسبة والتناسب" المقررة على تلاميذ الصف السادس الابتدائى، وتحليل محتواهما، ثم التأكد من صدق وثبات التحليل.
٣. إعداد البرنامج في وحدتي "النسبة والتناسب"، ثم عرضه على المحكمين واجراء التعديلات المناسبة في ضوء آرائهم للوصول إلى الصورة النهائية.
٤. إعداد اختبار لمهارات الترابط الرياضي، ومقياس الميل نحو الرياضيات وحساب الصدق والثبات لهما.
٥. اختيار مجموعتي البحث (الضابطة– التجريبية) من تلاميذ الصف السادس الابتدائي، ثم تطبيق اختبار مهارات الترابط الرياضي ومقياس الميل نحو الرياضيات قبليا على المجموعتين.
٦. تدريس الوحدة للمجموعة التجريبية باستخدام البرنامج، والمجموعة الضابطة بالطريقة العادية.
٧. تطبيق اختبار مهارات الترابط الرياضي ومقياس الميل نحو الرياضيات بعديا على المجموعتين (الضابطة– التجريبية).
٨. رصد النتائج ومعالجتها إحصائيا وتفسيرها.
٩. تقديم مجموعة من التوصيات والبحوث المقترحة في ضوء ما تسفر عنه نتائج البحث.

أولا: الجانب النظري للبحث:

١. مفهوم البراعة الرياضية:

تعد البراعة الرياضية هدفا أساسيا ينبغي أن تسعى برامج تعليم وتعلم الرياضيات في تحقيقه، حيث تشير إلى استيعاب المفاهيم والعلاقات والعمليات الرياضية وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية، وتمثيل وصياغة المشكلة الرياضية والحياتية التي تواجه المتعلم، وذلك من خلال استخدامه للتفكير المنطقي والتأمل والتفسير والتبرير، ليصل المتعلم إلى أن الرياضيات مادة مفيدة ولها قيمة ويستخدمها بثقة تامة، وهذا مطلبا أساسيا للنجاح في الرياضيات.

ولقد ظهر مصطلح البراعة الرياضية الذي تم اختياره من قبل لجنة التعلم الرياضية التي وضعها المجلس الوطني للبحوث في أمريكا (NRC) في مطلع القرن الحادي والعشرين ليدل على ما يعنيه تعلم الرياضيات بنجاح، وتم وصفها في خمسة مجالات لتعلم الرياضيات والتي تعتبر بالغة الأهمية لتنمية قدرات التلاميذ وتأهيلهم عقليا وعلميا، وتجعل التلاميذ أكثر وعيا لما يجري حولهم، وتمكينهم من العيش بشكل واعي وناجح، فهم يتقنون رياضيا: الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية والكفاءة الإستراتيجية والاستدلال الكيفي والنزعة الرياضية المنتجة، وهي تعبر عن متطلبات نجاح الفرد في تعلم الرياضيات، إذ حدد الطرق التي تكفل تعلم الرياضيات لأي شخص بنجاح، والوصول إلى الهدف الرئيس التي تسعى الرياضيات إلى تحقيقه هو البراعة الرياضية. (NRC, 2001,115)

ونشر المجلس القومي للبحوث بالولايات المتحدة في عام ١٩٩٨ تقريرا بعنوان "مساعدة الأطفال في تعلم الرياضيات"، حيث شكل فريقا من الخبراء لمحاولة وضع تعريف للنجاح في تعلم الرياضيات، وبالرغم من اعترافهم بأن أي مصطلح لا يجسد تماما جميع جوانب الخبرة والكفاءة والمعرفة والبراعة في الرياضيات إلا أنهم اختاروا مصطلح البراعة الرياضية لتحديد ما يعتقد أنه ضروري لأي شخص لكي يكون ناجحا في تعلم الرياضيات. (على، ٢٠١٦، ١٣٣: ١٣٤)

ولقد ظهر مصطلح البراعة الرياضية Mathematical Proficiency عام 2001م على يد (Kilpatrick, Safford, Findell, 2001) ليدل على المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية، واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية، وذلك أثناء التفكير المنطقي والتأملي والتبرير وصياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية، حتى يصل المتعلم لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة ويكتسب الثقة في استخدامها. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٥٦)

ولقد تباينت الكتابات العربية التي تناولت هذا المفهوم في تحديد المصطلح العربي المقابل ل (Mathematical Proficiency)، حيث عبرت عنه بعضها بالإتقان في الرياضيات، وعبرت عنه أخرى بالكفاءة الرياضية، بينما اختارت بعض الأدبيات البراعة الرياضية، وقد اختار الباحث مصطلح البراعة الرياضية لكونه الأقرب في التعبير عن المفهوم الذي يهدف إليه هذا المصطلح ومكوناته.

وتعددت تعريفات البراعة الرياضية ويرجع ذلك إلى وجهة نظر الباحثين والمتخصصين منها:

- ما ينبغي أن تحققه برامج تعليم وتعلم الرياضيات عند دمج خمسة مكونات: الاستيعاب المفاهيمى، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الإستراتيجية، الاستدلال التكيفى، والرغبة في الإنتاج. (Patrice, 2011, 11)

- المهارة في تنفيذ الإجراءات الرياضية بمرونة ودقة عالية واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية وذلك أثناء التفكير المنطقي والتأملي والتبرير وصياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية حتى يصل المتعلم لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة ويكتسب الثقة في استخدامها. (Groves, 2012, 122).
- مجموعة من العمليات ومهارات التفكير والجوانب الوجدانية (الاتجاهات والميول) التي تعزز تعلم التلاميذ للرياضيات، والتي تتضمن فهم المفاهيم الرياضية، وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وبشكل ملائم والقدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات، باستخدام إستراتيجيات التفكير المنطقي والتأملي وتبرير وتفسير الحلول ويرتبط ذلك بالفائدة والمنفعة للرياضيات في الحياة العملية. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٦٣: ٦٤؛ حسن، ٢٠١٦، ٥٨)
- قدرة التلميذ على استيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية والمهارة في تنفيذ الإجراءات الرياضية بمرونة ودقة عالية وذلك أثناء صياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية، حتى يصل إلى رؤية الرياضيات كمادة مفيدة. (ستيفن، ٢٠١٦، ١٧٣)
- قدرات التلميذ في توظيف الخبرات ومعالجتها لتشكيل بنائه المعرفي ثم توظيفها في حل المشكلات الرياضية وانتاج معرفة رياضية جديدة، ومن خلالها يقوم التلميذ بعمليات رياضية ويكتسب مهارات خريطة مكونات البراعة الرياضية الخمس.(عبيدة، ٢٠١٧، ٢٨: ٢٩)
- مجموعة من العمليات والمهارات التي يسعى المعلم إلى تعزيزها وتنميتها لدى التلاميذ من خلال توظيف المكونات الخمسة للبراعة الرياضية. (الضاني، ٢٠١٧، ٤٦)

وفي ضوء ما تقدم **تعرف البراعة الرياضية إجرائيا** بأنها مجموعة من العمليات والمهارات العقلية التي تتضمن قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على استيعاب المفاهيم والقوانين والعلاقات الرياضية وتنفيذ العمليات الرياضية بمرونة ودقة عالية واستخدام أنسب الإجراءات للوصول إلى حل للمشكلات التي تواجهه، إضافة إلى تفسير تنفيذ الإجراءات المستخدمة والتحقق من صحة الحل، حتى يصل إلى رؤية الرياضيات كمادة مفيدة وذات قيمة ويكتسب الثقة في استخدامها.

٢. مكونات البراعة الرياضية

أولا :الاستيعاب المفاهيمي Conceptual Understanding

إن أحد الاتجاهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات هو سعي إلى التركيز على تعليم الرياضيات المقرون بالفهم، فالتعلم المصحوب بالفهم يجعل عملية التعلم اللاحق أسهل على التلاميذ، فيكتسب معارف رياضية جديدة من خلال ربطها بالأفكار الرياضية التي لديه، مما يجعل الرياضيات ذات معنى بالنسبة إليه.

ويقصد بالاستيعاب المفاهمي استيعاب المفاهيم والعمليات والعلاقات الرياضية، وهو أكثر من معرفة حقائق وطرق منعزلة لحل المشكلات، كما يتضمن القدرة على تمثيل المواقف الرياضية بأكثر من طريقة وعلاقة ذلك بفهم الإجراءات الرياضية المختلفة. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٦٧: ٦٨؛ حسن، ٢٠١٦، ٧٤)

كما يؤكد NRC (2001, 118) بأن الاستيعاب المفاهيمي يمكن أن يظهر لدى التلميذ من خلال استيعابه للمفاهيم والعلاقات والإجراءات الرياضية بشكل مترابط وليس كمعلومات منفصلة، ومعرفته للأهمية التطبيقية للأفكار الرياضية في المواد الأخرى وفي المواقف الحياتية ويتضمن معرفة التلميذ بالمضمون الذي يستخدم فيه الفكرة الرياضية، فالتلميذ ذو الاستيعاب المفاهيمي الجيد يكون أكثر قدرة على تذكر الإجراءات وتجنب الأخطاء في حل المشكلات الرياضية.

وبالتالي يشير استيعاب المفاهيم إلى فهم متكامل يمكن توظيفه لفهم الأفكار والعلاقات الرياضية، إضافة إلى القدرة على تمثيل المواقف الرياضية بطرق مختلفة، ومعرفة كيفية ربط هذه التمثيلات مع بعضها البعض، ودرجة استيعاب المفاهيم عند التلاميذ تتعلق بمدى قدرتهم على عمل الترابطات بين المفاهيم والإجراءات.

ويحدد Freund (2011); Bergem (2013, 55) بأن الاستيعاب المفاهيمي يفهم التلميذ المفاهيم الرياضية والعلاقات والعمليات والترابطات في الرياضيات، ويدمج الأفكار الرياضية بفهم، ويسترجع القواعد ويشتق الصيغ ببساطة من الذاكرة، ويقوم إجاباته بشيء من المعقولية والمنطقية، ويصيغ البراهين الرياضية.

وبالتالي يتضمن الاستيعاب المفاهيمى فهم التلميذ للمفاهيم والأفكار والعلاقات والرموز الرياضية، والقدرة على تمثيل للمواقف الرياضية بأكثر من طريقة وعلاقة ذلك بفهم الإجراءات الرياضية المختلفة، فالتلاميذ ذوى الاستيعاب المفاهيمى يفهمون سبب كون الفكرة الرياضية مهمة، حيث تمكنهم من معرفة أفكار جديدة من خلال ربط هذه الأفكار بتلك التي يعرفونها واستنتاج وتقييم علاقات بطريقة صحيحة، وينظمون معرفتهم في كل متماسك، حيث إن المعرفة التي تم تعلمها بفهم تكون أساس لتوليد المعرفة الجديدة ولحل المشكلات الجديدة وغير المألوفة؛ مما يساعد التلاميذ على تجنب العديد من الأخطاء في حل المشكلات الرياضية.

كما أن التلاميذ ذوي الاستيعاب المفاهيمي يعرفون أكثر عن الحقائق والإجراءات وهم على علم بالروابط بين الأفكار الرياضية، ويعرفون ما هي الرموز الرياضية والرسوم البيانية والإجراءات، وأيضا لماذا الفكرة الرياضية مهمة. (Figgins, 2010, 23)

وعلاوة على ذلك فإن معرفتهم ليست متقطعة ومنفصلة عن بعضها ولكن مترابطة حيث تعتمد على المفاهيم القديمة وربطها بالمفاهيم الجديدة، وكذلك قدرتهم على تمثيل الحالات الرياضية بطرق مختلفة ومتعددة ومعرفة الكيفية التي تكون بها التمثيلات المختلفة مفيدة لأغراض مختلفة. (Siegfried, 2012, 14)

كما يسمح الاستيعاب المفاهيمي للتلميذ ببناء معرفة جديدة بناء على الربط بينها وبين المعرفة السابقة التي تعلمها، وهذه الطريقة أكثر فائدة للتلميذ من الحفظ للحقائق والإجراءات، فهي تشجع الطلاقة. (Macgregor, 2013, 4)

ويشير كل من NRC (2001, 118) والمعثم والمنوفي (٢٠١٤، ١١) وعبيدة (٢٠١٧، ٣١) ورضوان (٢٠١٦، ١٩) والضاني (٢٠١٧، ٤٦: ٤٧) إلى أن الاستيعاب المفاهيمي يظهر لدى المتعلم من خلال:

- استيعابه معنى المفهوم الرياضي، وخصائصه، ورموزه والعمليات المرتبطة به.
- معرفته لأهمية الأفكار الرياضية، سوء في الرياضيات أو في العلوم الأخرى.
- معرفته للمضمون الذي يحتوي على الفكرة الرياضية ويدرك الترابط بين الأفكار الرياضية، وفهم الأفكار والمعلومات الرياضية من مفاهيم وعلاقات..... الخ.
- تمكينه من تمثيل المواقف الرياضية بالشكل أو الرسم أو أي تمثيلات رياضية أخرى.
- إدراكه لأهمية ترابط الخطوات والإجراءات، ويتعلم المفاهيم الأساسية ليربط بينها، ويعيد بناء المعرفة لحل المشكلات والمواقف الرياضية.

ثانيا :الطلاقة الإجرائيةProcedural Fluency

يقصد بها القدرة على أداء كل من العمليات والإجراءات الرياضية بدقة وكفاءة (Macgregor, 2013, 5) ، كما تشير إلى امتلاك الكفاءة والدقة والقدرة على استخدام الخوارزميات في الحسابات التي تبنى على الفهم الجيد للخصائص والعلاقات العددية، حيث تؤدى بعض هذه الخوارزميات عقليا، بينما ينفذ بعضها الآخر بالورقة والقلم لتسهيل التفكير. (Kim& Davidenko, 2007, 9)

وتمثل الطلاقة الإجرائية المهارة في تنفيذ الإجراءات الرياضية بمرونة ودقة وكفاءة ومتى وكيفية استخدام هذه الإجراءات بشكل مناسب، فالتلاميذ يحتاجوا الفعالية في أداء العمليات الحسابية الأساسية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة دون الحاجة دائما إلى الرجوع إلى الجداول أو المساعدات الأخرى (Samuelsson, 2010, 62)، كما أنها تتضمن جميع الطرق التي يمكن استخدامها لحل مشكلة رياضية ما، بما في ذلك الإجراءات المكتوبة والإجراءات العقلية واستخدام الكمبيوتر والآلة الحاسبة والنماذج اليدوية. (Siegfried, 2012, 15)

وتتضمن الطلاقة الإجرائية معرفة التلميذ بإجراءات حل المشكلات الرياضية المتعددة ومعرفة كيفية ومتى يتم استخدامها بشكل مناسب، والمهارة في أداء الإجراءات الرياضية بمرونة وسرعة ودقة وكفاءة، كما تتطلب استخدام الخوارزميات لأداء العمليات الحسابية ذهنيا أو خطيا بناء على الفهم الجيد للخصائص والعلاقات العددية، وينبغي على التلميذ أن يتمكن من استخدام مجموعة متنوعة من الإجراءات والإستراتيجيات للتعامل مع المشكلات الرياضية المتعددة وأن يكون لديه القدرة على تبريرها باستخدام النماذج الحسية أو الطرق الرمزية . (عبد الحميد، ٢٠١٧، ٥٧)

وبالتالي تتضمن الطلاقة الإجرائية المهارة في الأداء بمرونة ودقة وكفاءة من خلال المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة وكفاءة وبشكل ملائم، ومعرفة الإجراءات ومعرفة متى وكيف تستخدم هذه الإجراءات في حل المشكلات بشكل مناسب، والقدرة على تذكر خطوات الإجراء وتنفيذها بدقة وبسرعة.

وترتبط الطلاقة الإجرائية باستيعاب المفاهيم، فالفهم يجعل تعلم المهارات أكثر سهولة وأقل عرضه للأخطاء المتكررة، وأقل عرضه للنسيان، ويظهر التلميذ طلاقة إجرائية في الرياضيات عندما يختار ويطبق الإجراءات المناسبة بشكل صحيح، ويتحقق ويبرر الإجراءات باستخدام النماذج الحسية أو الطرق الرمزية، أو يكيف الإجراءات للتعامل مع المشكلات في أوضاع مختلفة، والمعرفة الإجرائية تعكس قدرة التلميذ لتكوين علاقة بين الإجراءات مع المشكلة المعطاة، لتوظيف الإجراء بطريقة صحيحة، والتواصل حول النتائج في سياق المشكلة المعطاة. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٦٩)

كما أكد Macgregor (2013, 5) بأن الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية مكونان مترابطان ومتداخلان، فالفهم يجعل تعلم المهارات أسرع وأقل عرضه للنسيان، وكذلك فإن المفاهيم الرياضية تحتاج لفهمها وتعلمها مستوى مهارة معين، كما أن استخدام الإجراءات يمكن أن يساعد في تطوير وتعزيز الاستيعاب المفاهيمي.

لابد من توافر الطلاقة الإجرائية لتعلم المفاهيم الرياضية بفهم، والعكس أي لابد من فهم المهارات والإجراءات وممارستها بطرق صحيحة، فالفهم يجعل تعلم المهارات أكثر سهولة وأقل عرضه للنسيان للأخطاء المتكررة؛ لأن عدم وجود طلاقه إجرائية كافية يؤدى إلى صعوبة في فهم الأفكار أو حل المشكلات الرياضية.

على سبيل المثال يمكن ملاحظة التلاميذ الذين لديهم مهارة في الطلاقة الإجرائية من خلال إجادتهم لإجراءات الحساب، وتعني إكمال الإجراءات الحسابية مثل الجمع والضرب والقسمة عقليا أو بالورق والقلم ومعرفة كيفية استخدام هذه الإجراءات، فعندما يكتفي التلاميذ بحفظ الإجراءات فإنهم قد يفشلوا في فهم الأفكار الأعمق التي قد تجعل من السهل تذكر وتطبق ما تعلموه. (Figgins, 2010, 23)

ويشير كل من NRC (2001, 121) والمعثم وسعيد (٢٠١٤، ١٢) وعبيدة (٢٠١٧، ٢٩) ورضوان(٢٠١٦، ٢٠) والضاني (٢٠١٧، ٤٧: ٤٨) أن الطلاقة الإجرائية تظهر لدى المتعلم من خلال:

- كتابة المتعلم للعمليات الذهنية، وتوظيف الخوارزميات لاختبار صحة المفاهيم.
- إجراء العمليات لحل المشكلات وتمييز العمليات، واستنتاج العلاقة بينها.
- يمتلك قاعدة رياضية جيدة ومنظمة، وانجاز المهام الروتينية بكفاءة.
- يختار ويطبق الإجراءات المناسبة بشكل صحيح.

ثالثا :الكفاءة الإستراتيجية Strategic Competence

يقصد بها القدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية (Samuelsson , 2010 , 62)، ويتطلب هذا من التلاميذ معرفة مجموعة متنوعة من الحلول، وكذلك الإستراتيجيات التي تكون مناسبة لحل مشكلة معينة. (NRC,2001, 124)

ويمكن أن تسمى الكفاءة الإستراتيجية "بالتمكن من إستراتيجيات حل المسألة" وتعني القدرة على تفسير المسائل الرياضية، وصياغتها، وتمثيلها، وحلها، ويمكن أن تنمى لدى التلاميذ من خلال عرض متكرر لمسائل رياضية تعكس مواقف واقعية من العالم الحقيقي، وتتطلب هذه المسائل من التلاميذ أن يفسروا المسألة، ويميزوا بين المعلومات المعطاة ذات العلاقة وغير ذات العلاقة، ويمثلوا المسألة رياضيا، ثم يحلوها. (Macgregor, 2013, 6)

وتمثل الكفاءة الإستراتيجية استخدام المعرفة المفاهيمية والإجرائية لحل المشكلات الرياضية، فالمفاهيم والإجراءات ليست مفيدة ما لم يعرف التلاميذ متى وأين تستخدم. (Figgins, 2010, 23)

ومن ناحية أخرى فالتلاميذ ينبغي أن يعرفوا مجموعة متنوعة من إستراتيجيات الحل المختلفة، وكذلك كيفية تشكيل التمثيلات الذهنية للمشكلات الرياضية، وعليه فإن الكفاءة الإستراتيجية تؤدي دورا مهما في تطوير الطلاقة الإجرائية في الرياضيات، وتساعد على وضوح المفاهيم لدى التلاميذ. (حسن، ٢٠١٦، ٧٤: ٧٥)

وتتضمن الكفاءة الإستراتيجية القدرة على حل المشكلات غير الروتينية والتي تتطلب مهارات تفكير عليا، ويمكن أن ينمي المعلم الكفاءة الإستراتيجية لدى التلاميذ من خلال إتاحة الفرصة لهم لحل مسائل ومشكلات رياضية حياتية، ويطلب منهم أن يفسروا المسألة رياضيا ويحددوا طرائق الحل المناسبة وينتجوا أفكار وحلول متنوعة للمشكلات الرياضية اعتمادا على خبراتهم السابقة في الرياضيات. (عبد الحميد، ٢٠١٧، ٥٧)

فعلى سبيل المثال، عند تطوير إستراتيجية لحل مشكلة غير روتينية، فإن ذلك يعتمد على فهم المعلومات المعطاة، والطلاقة في حل المشكلات الروتينية، وغالبا ما يعرض على التلاميذ في المدرسة مشكلات رياضية محددة الحل، أما خارج المدرسة فهم يواجهون المواقف التي تكون فيها جزءا من الصعوبة لمعرفة ماهية المشكلة، ويحتاجون إلى إعادة صياغتها رياضيا لإيجاد حل لها، وبالتالي يحتاج التلميذ إلى الخبرة والممارسة في صياغة هذه المشكلة وحلها، وينبغي أن يعرف ويمارس التلميذ مجموعة متنوعة من استراتيجيات الحل وكذلك الاستراتيجيات التي قد تكون مفيدة من أجل حل مشكلة معينة. (أبو الرايات ، ٢٠١٤، ٦٩: ٧٠)

وفي ضوء ما سبق تتطلب الكفاءة الإستراتيجية المرونة في التعامل مع المشكلات، وصياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية غير النمطية، واكتشاف علاقات رياضية، واستنباط طرائق واستراتيجيات جديدة للحل، ويظهر التلميذ قدرته على الكفاءة الإستراتيجية من خلال: القدرة على صياغة وتمثيل وحل المشكلات الرياضية المألوفة وغير مألوفة، والمرونة والإبداع في استخدام إستراتيجيات حل المشكلات.

وتوجد علاقات متبادلة بين الكفاءة الإستراتيجية وكل من الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية، حيث إن تنمية إستراتيجيات حل المشكلات غير الروتينية يعتمد على فهم المعلومات المتضمنة في المشكلات والعلاقات بينها، إضافة إلى الطلاقة في حل المشكلات الروتينية، ومن ناحية أخرى يطور التلاميذ الطلاقة الإجرائية أثناء استخدامهم كفاءتهم الإستراتيجية للاختيار من بين الإجراءات الفعالة. (NRC,2001, 127)

فتنمية الكفاءة الإستراتيجية يرتبط ارتباطا وثيقا بالطلاقة الإجرائية والاستيعاب المفاهيمى، حيث يحتاج المتعلم إلى المهارات والمفاهيم أثناء حل المشكلات الرياضية، وأيضا أثناء حل المشكلات يطور المتعلم طلاقته الإجرائية وتعميق فهمه للمفاهيم الرياضية. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٧٠)

إن الجمع بين الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية يؤدي إلى حل المسائل الرياضية وذلك لاستعمالهما بشكل تطبيقي عملي في الحل، إذ تستخدم الاستيعاب المفاهيمي لتقييم نوع المشكلة وتستخدم الطلاقة الإجرائية في الحل بدقة وكفاءة، وعن طريق الكفاءة الإستراتيجية يتمكن التلاميذ من تطبيق معرفتهم الرياضية في خطوات الحل، ويكونوا قادرين على تفسير خطوات الحل واختيار الإستراتيجية المناسبة وصولا للحل المناسب، على عكس التلاميذ الذين لا يمتلكون الكفاءة الإستراتيجية.(المعثم وسعيد، ٢٠١٤، ١٣)

وأضاف Macgregor (2013, 6) بأن حل المشكلات غير الروتينية ببراعة يتطلب الجمع بين الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية والكفاءة الإستراتيجية، حيث يستخدم الاستيعاب المفاهيمي لتقييم طبيعة المسألة وفهم المعلومات المتضمنة بها، كما تستعمل الطلاقة الإجرائية لحل المسألة بكفاءة ودقة ومهارة، ومن خلال الكفاءة الإستراتيجية يستطيع التلاميذ اختيار الإجراءات الملائمة لحل المشكلات الرياضية.

ويشير كل من NRC(2001, 124) والمعثم وسعيد (٢٠١٤، ١٣) وعبيدة (٢٠١٧، ٢٩) ورضوان (٢٠١٦، ٢٠: ٢١) والضاني (٢٠١٧، ٤٨) بأن الكفاءة الإستراتيجية تظهر لدى المتعلم من خلال:

- تمثيل المسائل رياضيا، والبحث عن المسائل المشابهة في حلها وصياغتها.
- تحديد المعطيات الرياضية المهمة وتجاهل المعلومات الزائدة.
- تحاشي البيانات المعقدة، وانتاج نماذج في المسائل الرياضية.

رابعا :الاستدلال التكيفي Adaptive Reasoning

يقصد بالاستدلال التكيفي القدرة على التفكير منطقيا حول العلاقات بين المفاهيم والظواهر المختلفة ذلك عن طريق الدراسة المتأنية للبدائل والمقترحات (NRC,2001, 129)، وكذلك القدرة على تفسير وتبرير الحلول لمشكلة رياضية معطاة (Samuelsson, 2010, 62)

كما يشير الاستدلال التكيفي إلى القدرة على التفكير في العلاقات والمفاهيم والمواقف بشكل منطقي، ويتمكن التلميذ من الاستدلال عندما يمتلك قاعدة معرفية كافية، وتكون المهام واضحة ومشجعة، وقد يكون هذا الاستدلال صحيحا، وينبع من دراسة متأنية للمعطيات، ويشتمل على معرفة كيف تبرر الاستدلالات في الرياضيات، ويستخدم الاستدلال التكيفي لفهم العلاقات بين جوانب المشكلة بطريقة كلية، ويساعد في توجيه عملية التعلم، ويستخدم الاستدلال المنطقي للتعرف على الاختلافات بين إجابات التلاميذ، حيث تكون الإجابات صحيحة لأنها تنبع من بعض الافتراضات التي تم الاتفاق عليها من خلال سلسلة من الخطوات المنطقية. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٧٠: ٧١)

الاستيعاب بشكل عام شرط أساسي في الاستدلال فلا تعليل بلا استيعاب، كما تستعمل الكفاءة الإستراتيجية في اختيار الإستراتيجية الملائمة للمشكلة الرياضية، والاستدلال التكيفي يدعم الفهم، ويفتح آفاق جديدة للاستيعاب، كما يساعد الاستدلال على التحقق من معقولية النتائج، ويفيد في الاختيار المنطقي للإستراتيجية المناسبة. ولا يتمكن التلميذ من الاستدلال إلا عندما يمتلك قاعدة معرفية كافية بالمشكلة الرياضية. (الضاني، ٢٠١٧، ٤٩)

وبالتالي فالاستدلال التكيفي يمكن التلميذ من استخدام التفكير المنطقي حول المفاهيم والعلاقات المرتبطة بالموضوع، وتفسير وتبرير الحلول للمشكلات والمواقف الرياضية، ويظهر التلميذ قدرته على الاستدلال التكيفى من خلال القدرة على التفكير المنطقي والتأملي والتفسير والتبرير، والتكيف مع التغيرات الحادثة.

ويمكن ملاحظة التلاميذ الذين لديهم كفاءة إستراتيجية مرتفعة من خلال قدرتهم على تبرير استنتاجاتهم حول مشكلة ما أو نتيجة ما، وأيضا قدرتهم على تبرير وشرح أعمالهم واجاباتهم للمشكلة الرياضية (NRC,2001, 130) ، وكذلك قدراتهم على النظر في الطرق البديلة للحل بإتباعهم المنطق الرياضي فيلاحظوا التناقضات المنطقية ويبرروا أي استنتاجات، وهم يعرفون متى تكون حلولهم صحيحة؛ لأنهم يتبعوا الخطوات التي استخدموها بطريقة منطقية والقدرة على تبرير حلولهم. (Siegfried,2012, 17)

والاستدلال التكيفى يتفاعل مع جوانب البراعة الأخرى وخاصة أثناء حل المشكلة، فالكفاءة الإستراتيجية تساعد التلاميذ على صياغة وتمثيل المشكلة واستخدام إستراتيجيات الحل المختلفة، أما الاستدلال التكيفى يساعد التلاميذ في تحديد الإستراتيجية المناسبة للحل، والاستيعاب المفاهيمى يوفر التمثيلات التي يمكن أن تكون مصدرا للاستدلال التكيفى، والاستدلال التكيفى يساعد في تحديد الإجراء المناسب للحل، وأثناء تنفيذ خطة الحل يستخدم التلميذ كفاءته الإستراتيجية لرصد ومراقبة تقدمه نحو الحل، ولتوليد خطط بديلة إذا ما بدت الخطة الحالية غير فعالة، وذلك يعتمد على الاستدلال التكيفى. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٧١)

ويشير كل من NRC (2001: 129) والمعثم والمنوفي (٢٠١٤، ١٣) وعبيدة (٢٠١٧، ٢٩) ورضوان (٢٠١٦، ٢١: ٢٢) والضاني (٢٠١٧، ٤٩: ٥٠) بأن الاستدلال التكيفي يظهر لدى المتعلم من خلال:

- اكتشاف العلاقات والروابط بين المفاهيم عن طريق التفكير المنطقي.
- اكتشاف إذا كان هناك علاقات منطقية بين العديد من المفاهيم والحقائق.
- إمكانية تقديم تبريرات وتفسيرات غير مألوفة.
- أن يكون الحدس والبديهة قوية عند التلميذ، ومحور المهام هو الاستدلال التكيفي.

خامسا :الرغبة (النزعة) المنتجةProductive Disposition

على الرغم من كون المفاهيم والمهارات تعد أساسا للبراعة الرياضية إلا أن التلاميذ الناجحون في الرياضيات لديهم مجموعة من المعتقدات والاتجاهات التي تدعم تعلمهم؛ لأنهم ينظرون إليها على أنها نشاط قابل للتعلم والفهم ولديهم الدافعية لذلك، وهذا ينطلق من أحد مبادئ (NCTM,2000) والذي يؤكد على أن جميع التلاميذ من سنة الروضة وحتى الصف الثامن قادرين على تعلم الرياضيات بفهم إذا ما أتيحت الفرصة لهم للتعبير عن أرائهم بحرية. (السواعي،٢٠٠٤، ١٤)

وتشير الرغبة المنتجة إلى ميل التلاميذ المعتاد إلى الإحساس بمعنى الرياضيات والشعور بأنها مادة يمكن فهمها وأنها مفيدة وذات أهمية، وكذلك الشعور بأن الجهد المبذول في تعلم الرياضيات لا يذهب هباء، وكذلك رؤية التلاميذ أنفسهم متعلمين فاعلين في الرياضيات. (Smuelsson, 2010, 62 ;NRC,2001:131)

وللرغبة المنتجة ثلاث جوانب مهمة هي: تقدير دور الرياضيات في الحياة والاتجاه نحوها والمقدرة على ممارستها؛ لأن توظيف النماذج الواقعية مع الوسائل المحسوسة والمناقشات الصفية والتعليم التعاوني يبرز جمالية وفائدة الرياضيات، كما أن البيئة التعليمية المرتبطة بالواقع تشجع التلاميذ على حل المشكلات التي تتطلب إبداع. (أبو الرايات، ٢٠١٤، ٧٢)

كما أن النزعة الرياضية عند المتعلم أكبر كثيرا من مجرد أنه يحب الرياضيات فقد يحب المتعلم الرياضيات ولكن تكون لديه معتقدات خاطئة عنها قد تؤثر في طرق عمله الرياضي مثل أن يتصور أن للمشكلة حلا واحدا صحيحا، أو قد يرغب في التفكير والتأمل فيما يقوم به أو لا يحب المشاركة والنقاش بشأنها ولا يحب البحث عن حلول أخرى طالما وجد حلا، فالنزعة الرياضية تعنى أيضا الرغبة في تغيير الرأي والاقتناع بأفكار الآخرين طالما أنها تؤدي إلى نتائج صحيحة. (عبيد، ٢٠٠٤، ٧٨)

كما تشير الرغبة الرياضية إلى نزعة الفرد لرؤية الرياضيات كمادة مفيدة ومعقولة وجديرة بالاهتمام، إلى جانب وجود اعتقاد في المثابرة وفعالية الفرد الذاتية، واذا طور التلاميذ فهمهم للمفاهيم والطلاقة الإجرائية والكفاءة الإستراتيجية وقدرتهم على الاستدلال التكيفي، فينبغي عليهم أن يعتقدوا بأن الرياضيات يمكن فهمها وتعلمها واستخدامها والاستفادة منها، وتطوير النزعة الرياضية المنتجة يتطلب تكرار الفرص لفهم الرياضيات، ومعرفة مزايا المثابرة على تعلم الرياضيات. (رضوان، ٢٠١٦، ٢٢)

ويمكن ملاحظة التلاميذ الذين لديهم نزعة منتجة مرتفعة من خلال إيمانهم بأن الرياضيات مادة ينبغي فهمها وأنه لابد من بذل الجهد لتعلمها، وكذلك يمكن استخدامها في حياتهم والثقة في قدراتهم على تعلمها واستخدامها (NRC,2001, 131)، كما يروا الرياضيات ليست كمجموعة من القواعد التعسفية التي ينبغي على التلاميذ أن يحفظوها كما هي، ولكن كنظام من المفاهيم التي يمكن فهمها عن طريق جهدهم الدءوب. (Siegfried, 2012, 18) ، ويحتاج التلاميذ إلى فرص متكررة لرؤية أنفسهم يشعرون بالرياضيات وهذا يعمل على بناء ثقتهم بأنفسهم وفي قدرتهم على تعلم الرياضيات واستخدامها. (Figgins, 2010, 23)

وفي ضوء ما تقدم تشير النزعة الرياضية إلى رؤية الرياضيات على أنها مفيدة وذات أهمية لحل المشكلات الرياضية، والمثابرة لتعلم الرياضيات، واكتساب الثقة في ممارسة الأنشطة والمهام الرياضية، ويظهر التلميذ قدرته على تلك النزعة من خلال: ميله لرؤية الرياضيات كمادة نافعة ومفيدة وجديرة بالاهتمام، إلى جانب الإيمان بالاجتهاد والكفاءة الذاتية، وملاحظته للرياضيات من حوله وتطبيق العلاقات الرياضية في المواقف خارج حجرة دراسة الرياضيات، وأيضا يكون فيها التلميذ متحفز لرؤية المشكلة حتى نهايتها حتى لو استغرقت وقت طويل لإحراز تقدم بها.

على سبيل المثال تتطور النزعة المنتجة لدى التلاميذ عندما تقوم أبعاد البراعة الأخرى بمساعدتها لتطويرها، فعلى سبيل المثال عندما يقوم التلاميذ ببناء كفاءتهم الإستراتيجية في حل المشكلات غير الروتينية؛ فإن مواقفهم عن أنفسهم كمتعلمين للرياضيات تصبح أكثر إيجابية وكذلك يزداد فهمهم للمفاهيم الرياضية، وعندما يرى التلاميذ أنفسهم قادرين على تعلم الرياضيات واستخدامها في حل المشكلات فإنهم يصبحوا قادرين على تطوير مزيد من الطلاقة الإجرائية وقدرات الاستدلال التكيفي لديهم، ويعد اتجاه التلاميذ نحو الرياضيات عاملا رئيسا في تحديد نجاحهم التعليمي. (NRC,2001,131: 132)

ويشير كل من NRC(2001, 131) والمعثم والمنوفي (٢٠١٤، ١٤: ١٥) وعبيدة (٢٠١٧، ٢٩) ورضوان (٢٠١٦، ٢٢: ٢٣) الضاني (٢٠١٧، ٥٠: ٥١) بأن الرغبة المنتجة تظهر لدى المتعلم من خلال:

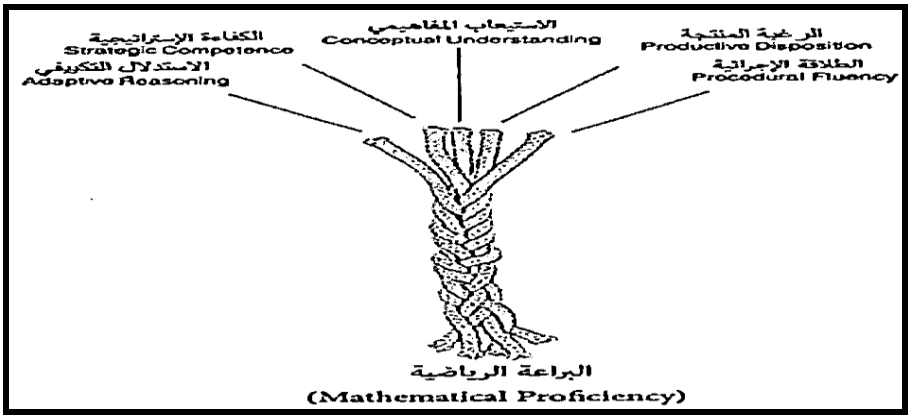
- الثقة في استخدام الرياضيات في حل المشكلات وتوصيل الرياضيات والتعليل واقامة الدليل.
- الرغبة في المثابرة عند مواجهة مشكلة رياضية ومحاولة حلها.
- أن الرياضيات يمكن فهمها، وأنه مع الجهد الدءوب، يمكن تعلم الرياضيات واستخدامها.

وفي ضوء ما سبق يتضح أبعاد البراعة الرياضية وأهميتها لدى التلاميذ، وعلاقاتها المتشابكة والمتفاعلة معا، ويتطلب تعلم الرياضيات الجمع بين المكونات الخمسة للبراعة الرياضية، وأنها تتجاوز القدرة على الفهم والتفسير والحل، فهي تتضمن نزعة وجدانية منتجة نحو الرياضيات تساعد المتعلمين على فهم الرياضيات وتطبيقاتها والمثابرة على حل مشكلاتها.

٣. العلاقة بين أبعاد (مكونات) البراعة الرياضية

يوضح كلا من (Hoffmann et al, 2014, 5; Figgins, 2010, 22) الطبيعة المترابطة والمتشابكة للخمسة مكونات للبراعة الرياضية، وأن كلا منها يدعم ويعزز المكونات الأخرى، فلا تتحقق البراعة الرياضية لدى تلاميذ إلا إذا تحققت الخمسة عناصر، فهي تعكس مدى الفهم والمهارات والقدرات التي ينبغي أن تتوافر لدى التلاميذ أثناء تعلمهم للرياضيات، لذلك ينبغي أن يركز تعليم وتعلم الرياضيات المدرسية على التنمية المتكاملة والمتوازنة لجميع المكونات الخمسة.

والشكل التالي يوضح ذلك:



شكل (١) أبعاد البراعة الرياضية

هذه الخيوط أو الأفرع ليست مستقلة، وهي تمثل جوانب مختلفة من كل مركب معقد، لكن الملاحظة الأهم التي تم التأكيد عليها، هو أن هناك خمسة أفرع متداخلة ومتشابكة ومترابطة في تطوير البراعة في الرياضيات، فالبراعة الرياضية ليست سمة ذات بعد واحد، وهي لا يمكن تحقيقها من خلال التركيز على فرع واحد فقط أو اثنين من هذه الأفرع، وأن مساعدة المتعلمين على اكتساب البراعة الرياضية تتطلب برامج تعليمية تخاطب كل خيوطها أو أفرعها. (NRC,2001,115-117)

فعلى سبيل المثال فإن اكتساب الاستيعاب المفاهيمى يتطلب قدرا كبيرا من الطلاقة الإجرائية لتنمية وزيادة هذا الفهم عند حل المشكلات غير الروتينية التي تتطلب هي الأخرى كفاءة إستراتيجية لحلها، كذلك فإن اتجاهات ومعتقدات التلاميذ عن أنفسهم كمتعلمين (ميل بناء) تكون أكثر إيجابية عند السعي إلى حل تلك المشكلات، وباختصار فإن المتعلم ذو البراعة في الرياضيات يفهم المفاهيم بعمق، ولديه الطلاقة في إجراء الحسابات، يتقن استخدام المعرفة الإستراتيجية، ويفكر بوضوح وبمرونة، ولديه نظرة إيجابية تجاه الرياضيات. (Khairani & Nordin, 2011, 35)

٤. الممارسات التدريسية التي تشجع على تنمية البراعة الرياضية

إذا كانت البراعة الرياضية تتضمن مكونات مترابطة ومتشابكة؛ فإن التدريس من أجل تنمية البراعة الرياضية يتطلب أيضا مكونات مترابطة مع بعضها البعض، وكلها أمور مترابطة للتدريس من أجل تنمية البراعة، وهي أن يمتلك المعلم: (NRC, 2001, 380)

- الاستيعاب المفاهيمى للمعرفة الأساسية بالرياضيات، وبالتلاميذ وبالممارسات التعليمية التي يحتاجها التدريس.
- الطلاقة الإجرائية في تنفيذ الإجراءات الأساسية.
- الكفاءة الإستراتيجية في تخطيط تدريس فعال، وفي حل المشكلات التي تنشأ أثناء التدريس.
- الاستدلال التكيفى في تدبير وتفسير ممارسات المعلم، والتأمل في هذه الممارسات.
- الرغبة المنتجة نحو الرياضيات والتدريس والتعليم وتحسين الممارسة.

ويشير Regan (2012, 37: 39) إلى مجموعة من المبادئ التي ينبغي أن يراعيها معلم الرياضيات عند تدريس الرياضيات لتنمية مكونات البراعة الرياضيات أهمها: البناء على المعرفة السابقة، وتشخيص ومناقشة المفاهيم الخاطئة وتصميم أسئلة فعالة وتفعيل مجموعات العمل مع دعم استيعاب الترابطات بين المفاهيم الرياضية، وتوظيف التكنولوجيا بطريقة مناسبة وتوظيف المهام الإثرائية، إضافة إلى إستراتيجيات حل المشكلة والتواصل والترابط الرياضي والتمثيلات الرياضية.

وتنمية البراعة الرياضية لا تتم بطريقة خطية ولكن لابد من اندماج أبعاد البراعة الرياضية معا بصورة كلية في عملية التعلم حتى يتم تنميتها.

وتذكر Jennifer (2007, 164- 168) أنه توجد بعض الممارسات التدريسية التي تعزز أبعاد البراعة الرياضية منها:

- نمذجة الرياضيات بشكل هادف: فالنمذجة تعد أفضل الطرائق لتعليم وتنمية وتقييم الفهم المفاهيمي؛ وذلك لأن التلاميذ يكونون أكثر اتصالا ووضوحا عندما تمثل فكرة رياضية في وسائط متعددة مثل الصور والرموز اللفظية والرموز المكتوبة.
- إستراتيجية "الإقناع": لابد أن يشعر التلاميذ دائما بأن الرياضيات مادة مفهومة ويمكن تعلمها واستخدامها وذات صلة بحياتهم حتى يمكنهم الاقتناع بحل المشكلات الرياضية المقدمة إليهم مما ينمي لديهم النزعة المنتجة نحو الرياضيات، ويمكن ذلك عن طريق حديث المعلم مع التلاميذ عن مشكلات يمكن أن تقابلهم في حياتهم والمناقشة في إمكانية حلها باستخدام الرياضيات.
- جعل التلاميذ يعشون مشكلة من واقع الحياة يمكن حلها رياضيا حيث يقوم المعلم بافتراض مشكلة رياضية ويطلب من التلاميذ تنفيذ مهام رياضية متعلقة بالمشكلة.
- إتاحة الفرصة للتلاميذ لمناقشة أفكارهم الرياضية؛ فلتنمية الكفاءة الإستراتيجية والاستدلال التكيفي يحتاج التلاميذ فرصة لتبادل ومقارنة إستراتيجيات الحل واستكشاف ممارسات الحل البديلة، ومن خلال التبرير والمنطق يتعلم التلاميذ أن الرياضيات منطقية والذي يعزز بدوره النزعة المنتجة.

ويشير Samuelsson (2010, 71) إلى أن طرائق التدريس المختلفة لها تأثيرات متعددة في البراعة الرياضية للتلاميذ، ويعمل التعلم القائم على المشكلة بشكل كبير على تنمية أداء التلميذ في الفهم المفاهيمي والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفي.

ويوضح Groves (2012, 125: 126) أن تنمية البراعة الرياضية تعتمد على بناء المعرفة لدى التلاميذ من خلال التمثيلات الرياضية باستخدام اليدويات، حيث يقوم المعلم بتصميم أنشطة رياضية تعتمد على الاستقصاء، إضافة إلى مراعاة فترات للتأمل الرياضي التي تحث التلميذ على قراءة مسارات تفكيره لمراجعة خطوات الحل وتعديلها، واكتشاف الأخطاء في الخوارزميات.

واستخدمت دراسة Apryl L et al. (2015) التمثيلات الرياضية البصرية المتعددة في تنمية البراعة الرياضية وتنمية مهارات حل المشكلات غير الروتينية لطلاب المرحلة الثانوية.

ويحدد Gray (2014, 3: 10) مجموعة من استراتيجيات تدريس الرياضيات للبراعة الرياضية أهمها: استراتيجيات حل المشكلة الرياضية، والتمثيلات الرياضية البصرية، والسقالات التعليمية الداعمة للتلاميذ، واستراتيجية الاستيعاب المفاهيمي والمرونة في الخوارزميات، واستراتيجيات بناء المفاهيم، مع تفعيل إستراتيجيات التقويم البنائي كمدخل في تطوير أداء التلاميذ والمعلمين في حصة الرياضيات.

واستخدمت دراسة رضوان (٢٠١٦، ٧٨) برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية وتضمن مجموعة من الإستراتيجيات هي: المناقشة الجماعية، والتعلم التعاوني، والتعلم الفردي، والتعلم بمساعدة الحاسب، والنمذجة وذلك بتمثيل المواقف الرياضية بالمواقف الحياتية، واستراتيجية الإقناع.

واستخدم البحث الحالي بعض إستراتيجيات التدريس المتعلقة بالبراعة الرياضية داخل البرنامج وهي إستراتيجية المكعب واستراتيجية الأبعاد السداسية (PDEODE) واستراتيجية التمركز حول المشكلة، واستراتيجية السقالات التعليمية واستراتيجية التمثيلات الرياضية لمناسبتهم لمحتوى وحدتي "النسبة والتناسب" ولخصائص وميول التلاميذ ومهارات الترابط الرياضي.

٥. أهمية البراعة الرياضية:

أكد العديد من الدراسات على أهمية البراعة الرياضية منها:

دراسة Wu (2008) التي هدفت إلى تقييم البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى باستخدام نموذج (MSA)، وتوصلت إلى أن مستوى التلاميذ في الطلاقة الإجرائية أعلى منه في باقي مكونات البراعة، ودراسة Samuelsson (2010) التى هدفت إلى تحديد مدى فاعلية طريقة حل المشكلات في تنمية البراعة الرياضية فى مقابل الطريقة التقليدية، وتوصلت إلى فاعلية طريقة حل المشكلات في تنمية الاستيعاب المفاهيمى، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيفى.

ودراسة (2012) Jbeili التي هدفت إلى معرفة تأثير التعلم التعاوني مع السقالات Scaffolding ما وراء المعرفية على الفهم المفاهيمى والطلاقة الإجرائية في الرياضيات، وانقسمت العينة إلى ثلاث مجموعات: الأولى درست باستخدام التعلم التعاوني والسقالات ما وراء المعرفية، والثانية درست باستخدام التعلم التعاوني فقط، والثالثة درست بالطريقة الاعتيادية، وتم تطبيق اختبار الفهم المفاهيمى والإجرائي قبليا وبعديا، وأظهرت النتائج تفوق المجموعة الأولى على الثانية والثالثة في الفهم المفاهيمى والطلاقة الإجرائية، وتفوقت الثانية على الثالثة في الفهم بنوعيه.

ودراسة (2016) Smit et al التي استخدمت السقالات التعليمية في تنمية أبعاد البراعة الرياضية، وتنمية قدرة التلاميذ على قراءة وتفسير الرسومات البيانية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، ودراسة على (٢٠١٦) التي توصلت نتائجها إلى وجود فرق دال إحصائيا بين المجموعتين الضابطة والتجريبية لصالح المجموعة التجريبية فى الأبعاد الخمسة للكفاءة الرياضية.

ودراسة رضوان(٢٠١٦) التي توصلت نتائجها إلى أثر البرنامج التعليمي القائم على البراعة الرياضية، وأوصت بضرورة اهتمام وزارة التربية والتعليم بتوفير بيئة تعليمية مزودة بمواد تعليمية ملائمة ومساعدة للمعلم في تطبيق برنامج البراعة الرياضية، وضرورة اهتمام المسؤولين والقائمين على إعداد المنهج الرياضيات بتنقيح مناهج الرياضيات بما يتماشى مع مكونات البراعة الرياضية، وتوجيه النظر المعلمين إلى أهمية البراعة الرياضية لزيادة دافعية واهتمام التلاميذ في مادة الرياضيات، وضرورة تدريب معلمي الرياضيات بإعداد دورات تدريبية على التعليم وفق البراعة الرياضية كطريقة تدريس، لما لها من نتائج إيجابية على العملية التعليمية.

ودراسة عبيدة (٢٠١٧) التي توصلت نتائجها إلى فاعلية نموذج تدريس قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية كل علي حدة، وفي تنمية البراعة الرياضية بصفة عامة، وأوصت بمراعاة تنمية وقياس مكونات البراعة والثقة الرياضية على مستوي تخطيط وتنفيذ التدريس، مع الاستفادة بنموذج التدريس القائم على أنشطة PISA لارتباطه بتلك المكونات.

ودراسة عبد الحميد (٢٠١٧) التي توصلت نتائجها إلى تفوق طالبات المجموعة التجريبية التي درست باستخدام استراتيجية الرحلات المعرفية على طالبات المجموعة الضابطة التي درست بالطريقة المعتادة في كل من اختبار البراعة الرياضية بأبعاده الأربعة ومقياس نزعة الرياضية المنتجة، وأوصت بضرورة تضمين مقررات الرياضيات العديد من الأنشطة الإثرائية التي تعمل على تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب كإحدى أهم نواتج تعلم الرياضيات.

ودراسة حسن (٢٠١٨) التي هدفت إلى معرفة العلاقة الارتباطية بين البراعة الرياضية لدى مدرسي الرياضيات وبين البراعة الرياضية لدى طلبتهم، وأظهرت النتائج امتلاك المدرسين للبراعة الرياضية وامتلاك الطلبة أيضا للبراعة الرياضية، ووجود علاقة بين البراعة الرياضية لدى المدرسين وبين طلبتهم، وأوصت بضرورة التوجه إلى مصممي المناهج في وزارة التربية لإعادة النظر في مناهج الرياضيات وتضمين مكونات البراعة الرياضية فيها، وعقد دورات لتدريب المدرسين على التعليم وفق البراعة الرياضية لما لها من دور في زيادة دافعية المتعلمين.

وفي ضوء ما تقدم: استخدم الباحث البراعة الرياضية لأنها من المتغيرت الحديثة على الساحة العربية ومن أهم الاتجاهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات، كما أنها تساعد على تعلم أفضل للرياضيات ورؤية التلميذ نفسه كمتعلم فاعل في الرياضيات، ويكون أكثر حماسا للتفكير في أي مشكلة رياضية، ويثابر على حلها، ويدرك فائدة مادة الرياضيات من حوله، ويطبق العلاقات الرياضية في المواقف خارج الرياضيات.

المحور الثاني: الترابط الرياضى Connected Mathematics: ويتضمن

١. الترابط الرياضى

يتضمن الترابط الرياضى اتصال الفكرة الرياضية بغيرها من الأفكار لبناء هيكل رياضي متكامل، وبه يتمكن التلاميذ من ربط الأفكار الرياضية بعضها مع بعض، مما يزيد الفهم لديهم وتصبح المعلومة أكثر عمقا وأبقى أثرا، ويزيد من إدراكهم للعلاقات والروابط بين الموضوعات المختلفة في فروع الرياضيات واستخدامها في حقول المعرفة الأخرى وفي الحياة.

ويُمثل الترابط الرياضى أحد معايير الرياضيات المدرسية الذى يتيح للتلاميذ القدرة على ربط فهمهم للمفاهيم الرياضية بمعرفتهم للإجراء، وأن يربطوا كافة المفاهيم الرياضية والإجراءات بعضها مع البعض الآخر، وأن يوظف الرياضيات فى العلوم الأخرى وفى حياتهم اليومية من خلال أسئلة عملية. (المولى، ٢٠٠٩ ، ١٣٠)

وتعددت تعريفات الترابط الرياضي حسب وجهات النظر المختلفة، ومن هذه التعريفات أنه:

- ربط الأفكار الجديدة بالسابقة وخبرات التلاميذ اللاحقة بما لديهم من خبرات سابقة وكذلك ربط الموضوعات الرياضية ببعضها البعض في صف محدد وبين الصفوف المختلفة، والرياضيات بالعلوم الأخرى. (الرويس، ٢٠١١، ٣٨٢)
- العملية التي تقوم على إدراك التلاميذ للترابطات بين فروع الرياضيات المختلفة، والترابطات مع العلوم الأخرى، وبناء تصور عن فائدة الرياضيات من خلال قوانينها وأساليبها المنطقية والتنظيمية وأنشطتها في خدمة كل فروعها وفي خدمة العلوم الأخرى، وخدمة الأنشطة الحياتية المتنوعة. (رياني، ٢٠١١، ٦٩)
- المهارة التي من خلالها يدرك المتعلمين أهمية الرياضيات ويدرك علاقة فروع الرياضيات ببعضها البعض، ودورها في خدمة العلوم الأخرى وخدمة الأنشطة الحياتية المتنوعة إضافة إلى خدمة بعضها البعض. (خطاب، ٢٠١٣، ٦٣)

- نسق تكاملي قائم على التكامل بين جوانب التعلم فى الدرس الواحد والمتمثل فى المفاهيم والتعميمات، والمهارات الرياضية، ودروس وفروع الرياضيات الأخرى، وكذلك بين مجال الرياضيات، والعلوم الأخرى من أجل بناء قيمة علمية وعملية للرياضيات فى حياة المتعلم، ومساعدته على تجهيز المعلومات الرياضية، وتقويم أنماط المعرفة الرياضية المكتوبة بصورة فعالة. (عبد المجيد، ٢٠١٣، ١٧٢)
- إدراك العلاقات والترابط بين موضوعات الرياضية في المعرفة الرياضية المختلفة (المفاهيمية، والإجرائية وحل المشكلات) فضلا عن تداخل الرياضيات في كافة العلوم الإنسانية والعلمية. (الكبيسي وعبدالله، ٢٠١٥، ١١٢)
- قدرة المتعلم على تعرف العلاقات والروابط بين الأفكار الرياضية واستخدامها، وتطبيق الرياضيات فى المواد الدراسية الأخرى وفى الحياة اليومية. (يوسف، ٢٠١٥، ٢٥٢)
- قدرة المتعلم على ربط المفاهيم والتعميمات الرياضية بعضها ببعض وتوظيفها أثناء حل المسائل الرياضية، وإدراكه للارتباطات بين أفرع الرياضيات، وبين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى، وبين الرياضيات ومواقف الحياة اليومية. (حمدى، ٢٠١٦، ١٥٨)
- القدرة على ربط الأفكار الرياضية للمادة بعضها ببعض وبالعلوم الأخرى وبالحياة اليومية. (عبدالله وأمين، ٢٠١٧، ٤٥)
- القدرة على ربط الأفكار الرياضية، وادراك مدى فائدتها وترابطها من خلال استخدام قوانينها وأساليبها المنطقية وأنشطتها فى خدمة بعضها البعض أو في خدمة العلوم الأخرى أو في الأنشطة الحياتية المتنوعة. (أبوسرية، ٢٠١٦، ١٧)
- عملية عقلية من خلالها يدرك المتعلم العلاقة بين جزئيات الرياضيات وفروعها المختلفة وترابطها مع العلوم الأخرى، وإيجاد العلاقة بين قوانينها وأساليبها المنطقية في خدمة فروعها وفروع العلوم الأخرى(المقيد، ٢٠١٧، ٧)

ويتضح مما تقدم أن الترابط الرياضي يتضمن:

- إدراك المتعلم للعلاقات بين مكونات المادة الواحدة سواء على مستوى الموضوعات أو على مستوى مجالاتها، يضاف لذلك تطبيق تلك الترابطات فى المجال الحياتي.
- القدرة على معرفة العلاقات والروابط بين الأفكار الرياضية، وبين جزئيات الرياضيات وفروعها المختلفة وترابطها مع العلوم الأخرى.
- ابراز العلاقة بين عناصر المحتوى الرياضي داخل المجال الواحد، والعلاقات بين المجالات المختلفة بشكل يوضح البناء المتسق والمترابط للرياضيات، وكذلك إظهار التطبيقات الرياضية في العلوم الأخرى، وفي الأمور الحياتية.

بناء على ما سبق يعرف الترابط الرياضى إجرائيا بأنه عملية عقلية من خلالها يربط تلميذ الصف السادس الابتدائي الأفكار الرياضية سواء أكانت الفكرة الرياضية مفهوم أو تعميم أو إجراء أو معرفة سابقة ببعضها البعض بشكل يوضح البناء المتسق والمترابط للرياضيات، وتوظيف ذلك أثناء حل المشكلات الرياضية، وادراكه للارتباطات بين أفرع الرياضيات، وبين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى، وبين الرياضيات ومواقف الحياة اليومية في وحدتي "النسبة والتناسب".

٢. **أنواع الترابطات الرياضية:** تتمثل أنواع الترابطات الرياضية فى نوعين: عبد الحميد (٢٠١١، ٤١: ٤٢) (Bellomo& Carryn (2010, 19: 24 والرباط (٢٠١٢، ٦٥) والكبيسى وعبدالله (٢٠١٥، ١١٧) وحمدي (٢٠١٦، ١٦٠)

- **ترابطات داخلية (أى داخل الرياضيات) Internal connection:** والذى يتمثل فى إدراك واستخدام الترابطات فيما بين الأفكار الرياضية داخل بنية الرياضيات فى الموضوع الواحد وبين الموضوعات المختلفة، ويرى المتعلم مادة الرياضيات بشكل بناء ومترابط ومتكامل من مفاهيم وتعميمات وأفكار رياضية. وتتضمن نوعين من الترابطات:
  - **ترابط بين الأفكار الرياضية للدروس مع بعضها البعض:** مثال: تعليم الجمع ثم الطرح ثم الضرب ثم القسمة فلا يفهم الطالب الدرس الثانى إلا بفهم الدرس الأول.
  - **ترابط بين موضوعات الرياضيات بشكل عام:** لا يتم نقل التلميذ من مرحلة إلى مرحلة أخرى إلا بعد تعلم مهارات معينة (الرياضيات للمرحلة الأولى) لأن الرياضيات تشكل سلسلة من الموضوعات المترابطة ترابطاً وثيقاً.
- **ترابطات خارجية (خارج الرياضيات) External Connection:** والذى يتمثل فى ترابط الرياضيات مع استخداماتها فى الحياة الواقعية، وكذلك التطبيقات المرتبطة بالرياضيات مع المجالات الدراسية الأخرى، وهى تتضمن نوعين من الترابطات:
  - **ترابطات بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى:** مثل الترابط الوثيق للرياضيات بالفيزياء والكيمياء وبجميع المواد إلا أنه يختلف مقدار أو نسب ترابط الرياضيات بالمواد الأخرى حسب طبيعتها.
  - **ترابط بين الرياضيات والبيئة:** أى ترابط الرياضيات بالحياة الواقعية مثل استخدام الرياضيات لتقسيم الأشياء أو استخدامها فى البيع والشراء.

وفي ضوء ما سبق يمكن التمييز بين نوعين من الترابطات الرياضية: النوع الأول من الترابطات الرياضية: يشير إلى الروابط والعلاقات بين الأفكار الرياضية، ويهدف إلى إبراز الرياضيات ككل متكامل لا كموضوعات منفصلة متباعدة، بينما يشير النوع الثاني إلى الترابطات والعلاقات بين الرياضيات والعلوم الأخرى والأمور الحياتية بشكل يبرز التطبيقات الرياضية، ويهدف إلى بيان أهمية الرياضيات كعلم تطبيقي.

وقد قام الباحث بعرض أنواع الترابطات الرياضية وذلك للاستفادة منها من خلال تضمينها بالبرنامج من خلال الأمثلة والأنشطة والمسائل المتضمنة بما ينمي مهارات الترابط الرياضي المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

٣. مهارات الترابط الرياضي:

يحدد Ormond (2016, 123) مهارات الترابط الرياضي في: إدراك الترابطات بين المفاهيم الرياضية الرئيسة والفرعية، وربط العمليات والإجراءات الرياضية بالمواقف الحياتية، وتوظيف العمليات الرياضية في مجالات الرياضيات المختلفة، وادراك الترابطات والعلاقات بين الرياضيات وباقي فروع المعرفة، واستخدام الترابطات والعلاقات في إجراء عمليات حل المشكلات الرياضية.

ويرى كل من عباس والعبسي (٢٠٠٧، ٤٣) والبركاتي (٢٠٠٨، ١١٢: ١١٦) والكبيسي وعبدالله (٢٠١٥، ١١٨: ١٢٧) وحمدي (٢٠١٦، ١٩٥) والنعيمي (٢٠١٦، ٤٤: ٤٦) والصيداوي وخزعل (٢٠١٧، ٤٠٢) أن الترابط الرياضي يتضمن المهارات التالية:

١. **التعرف على العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها:** يتم ذلك من خلال المعرفة السابقة، وتكوين العلاقات الرياضية والتي بشأنها أن تسهم في تكوين ميول التلاميذ في استخدام الرياضيات في حل المشكلات، بدلاً من النظر إلى الرياضيات على أنها مجموعة منفصلة وحول ضرورة تذكر الأفكار السابقة للمتعلم وأهميتها وتمهيدها للتعلم الجديد.

وتتضمن المهارات الفرعية الآتية: استخدام الترابطات الرياضية لحل المشكلات الرياضية، والأفكار الرياضية المترابطة لابد أن تتخلل المحتوى الرياضي عبر كل المستويات، والنظرة للأفكار الجديدة كتوسعة للأفكار السابقة، واستخدام التلاميذ لما تعلموه مسبقاً للتعامل مع أوضاع جديدة، وربط التمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد وتمييزها، أي أنها تتضمن تحديد المعرفة السابقة، والتعرف على العلاقات الرياضية بين الموضوعات السابقة، وحل المشكلات الحالية من خلال المعلومات السابقة.

واذا وجد المعلم أن الخبرة السابقة واللازمة للتعلم الجديد لم يلم بها التلاميذ الإلمام الكافي واللازم للتعلم الجديد فإنه لابد من مراجعتها من خلال أنشطة أخرى مناسبة تمكنهم من الإلمام بها وتملكها، والاستعانة بها قبل البدء بالتعلم الجديد.

٢. **فهم كيفية ارتباط الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض:** لكى تنتج كلاً متكاملاً ومترابطاً ويتم ذلك من خلال التكامل بين المفاهيم والإجراءات، ويتم الترابط داخل الموضوعات الرياضية، من خلال دراستها وتقديمها للتلاميذ ككل متكامل بين فروعها من خلال موضوع واحد، وتتضمن هذه المهارة أن التكامل والارتباط بين المفاهيم والإجراءات ينبغي أن يكون مركزياً عبر الرياضيات المدرسية، والارتباط داخل الموضوعات الرياضية.

٣. **التعرف على الرياضيات وتطبيقاتها فى سياق خارج الرياضيات:** ويتم ذلك من خلال معرفة علاقة الرياضيات بموضوعات أخرى غير رياضية من خلال: ربط الرياضيات بالحياة، وارتباط الرياضيات بالعلوم الأخرى.

ويرى كل من خطاب (٢٠١٣، ٦٢) وضهير(٢٠١٧، ٢٢٠) وعبدالله وأمين (٢٠١٧ ، ٤٨) أن الترابط الرياضي يتضمن مهارة ربط موضوعات الرياضيات ببعضها البعض، ومهارة ربط الرياضيات بالحياة اليومية، ومهارة ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى.

واقتصر البحث الحالي على المهارات التالية:

- معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها.
- فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكى تنتج كلا متكاملا ومترابطا.
- ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى.

بناء على كل ما سبق يتضح أن مهارات الترابط الرياضي من المهارات الأساسية التي ينبغي أن يتمكن منها التلاميذ، واستخدامها ليشعر التلاميذ بالروابط بين فروع الرياضيات وأن علم الرياضيات بناء تراكمي ومتكامل يخدم بعضه بعضا، ومتطلب أساسيا في مواقف الحياة اليومية، وأداة أساسية في تعلم العلوم الأخرى.

٤. أهمية الترابط الرياضي في المرحلة الابتدائية:

يمثل الترابط الرياضي أحد معايير عمليات الرياضيات التي تعني رؤية الرياضيات وادراكها (معرفيا ووجدانيا) وممارستها (مهاريا) كموضوع علاقي– على مستويات مختلفة– بين الأفكار والمفاهيم والتمثيلات والتراكيب والموضوعات سواء داخل الرياضيات أو خارجها. (الرفاعي، ٢٠١٢، ٢٠٥)

وتتمثل أهمية الترابط الرياضي في جعل تعلم الرياضيات مرتبطا بفهم عميق وقدرة على الاحتفاظ بهذا التعلم لفترة أطول، كما أن تلك الترابطات تجعل المتعلمين يشعرون بأهمية وفائدة المادة المتعلمة. (عمر، ٢٠١٣، ٣٣)

يذكر الصعيدي(٢٠١٢، ٤٢: ٤٤)أهمية الترابط الرياضي في تعليم وتعلم الرياضيات هي أن:

- الترابط كمصدر للتواصل: حيث يستخدم الترابط لتوضيح للأفكار الرياضية.
- الترابط كمؤشر لاتجاهات التلاميذ نحو الرياضيات ويغرس في التلاميذ اتجاهات بأن الأفكار التي يتعلمونها مفيدة في حل مشكلات أخرى، وأيضا مفيدة في اكتشاف معرفة رياضية أخرى.
- الترابط كدليل لتقصي الفهم للتعلم: وهو عنصر أساسي في فهم الخبرات والأفكار الرياضية.
- الترابط أدوات لحل المشكلة: وتعمل على تطبيق وترجمة مختلف التمثيلات لنفس المشكلة أو المفهوم الرياضي.
- الترابطات كوسائل لإيجاد روابط بين المفاهيم واظهار العلاقات الرياضية والمبادىء كما تساعد على تأسيس وتصور العلاقات بين المفاهيم والأفكار الرياضية.
- الترابطات كوسيلة للتغلب على المعوقات المعرفية: تساعد على فهم وتمثيل المعلومات الجديدة وتوظيفها وتحويلها واستخدامها وتسكينها كجزء دائم من البناء المعرفي.
- الترابطات ليست طريقة ولكنها عملية لبناء الأفكار الرياضية: كما أنها تساعد على تبسيط بناء النماذج لتعلم المعرفة الرياضية.

ودراسة الترابطات الرياضية في مستوى الصف الخامس حتى الثامن يمكن التلاميذ من شرح المشكلات ووصف نتائج استخدام النماذج الرياضية اللفظية والجبرية والعددية والرسومية أو التمثيلات المرتبطة بمشكلات القبيلة، وتطبيق التفكير الرياضي والنمذجة لحل المشكلات التي ترتبط بالمعارف الأخرى، وكذلك إدراك قيمة الرياضيات في المجتمع. (الرباط، ٢٠١٢، ٦٣)

وأكد العديد من الدراسات على أهمية تنمية الترابط الرياضي منها دراســة Businskas (2008) حيث هدفت إلى التعرف على أراء بعض المعلمين حول استخدام الترابطات الرياضية في تدريس الرياضيات، وأشارت نتائجها إلى أن معظم المعلمين وافقوا على اعتبار أن الترابطات الرياضية كشبكة مرتبطة بالمفاهيم، في حين يرى البعض الآخر من المعلمين أن الترابطات الرياضية جزء لا يتجزأ من طريقة التدريس، ويذكر البعض الآخر عن وجود فجوة بين تدريس المفاهيم وتدريس الخوارزميات.

ودراسة الأغا (٢٠١٢) التي أوصت بعقد دورات وورش عمل للمعلمين والمشرفين في مجال تدريس الرياضيات، لتعرفيهم بالمزايا التربوية لاستخدام الترابط الرياضيات في تدريس الرياضيات، ودراسة يوسف (٢٠١٥) التي أوصت بأهمية مراعاة تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى التلاميذ عند تدريس الرياضيات.

ودراسة النعيمي (٢٠١٦) التي توصلت إلى وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة (٠,٠١) بين متوسطي درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الترابط الرياضي، وأوصت بأهمية تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى الطلاب من خلال تضمين المقررات الدراسية مزيدا من التدريبات والأنشطة التعليمية المختلفة.

وتبرز أهمية الترابط الرياضي في المرحلة الابتدائية في:

- القدرة على تحديد الترابط بين الأفكار الرياضية وتطبيقه في مجالات أخرى غير الرياضيات.
- ربط موضوعات الرياضيات ببعضها البعض، والربط بين الرياضيات وواقع التلميذ وبيئته والمواد الدراسية الأخرى التي يدرسها وكذلك الربط بين فروع الرياضيات المختلفة.
- الربط بين المعرفة الحالية بالسابقة بما يؤدي إلى رؤية الرياضيات كبناء مترابط من المعارف الرياضية، وادراك مدى فائدة الرياضيات في الحياة وجعل التعليم أكثر تشويقا.

٥. **دور المعلم في تنمية الترابط الرياضي:**

يمكن أن يفعل المعلم الترابطات الرياضية كما جاء بمعايير (NCTM, 2000) أثناء تدريسهم للرياضيات على النحو الآتي (منصور، ٢٠١٥، ١٧٣):

- اختيار المشكلات الرياضية التي تتضمن أفكارا رياضية داخل الموضوعات الدراسية.
- تشجيع التلاميذ على اكتشاف الأفكار الرياضية الجديدة.
- مساعدة التلاميذ على إقامة ترابطات واضحة بين ما تم استخلاصه من مفاهيم وتعميمات واجراءات وأفكار رياضية واستخدامها في حل المشكلات الرياضية.
- تهيئة وتحديد مواقف رياضية تبين للتلاميذ ارتباط الموضوعات الرياضية بموضوعات أخرى في مواد دراسية والحياة اليومية للتلميذ.
- تشكيل ترابطات عديدة بين فروع الرياضيات.

ويوضح كل من الكبيسي وعبدالله (٢٠١٥، ١٢٩: ١٣٠) وعبدالله، وأمين (٢٠١٧، ٤٩) أدوار المعلم كالتالي:

- البحث الدائم والمستمر عن ترابطات بين منهج الرياضيات المدرسي مع الواقع الحياتي للمتعلمين، وان لم يكن موجودا في كتاب الرياضيات المدرسي.
- تقديم المادة التعليمية للمتعلمين قائمة على الفهم وربط المصطلحات الرياضية بمجالات دراسية أخرى وابراز العلاقات والترابطات بينها.

- طرح أسئلة تعمل على تعزيز واقامة ترابطات رياضية مثل كيف يرتبط درس اليوم بدرس الأمس؟
- الربط بين استخدامات الرياضيات في حل بعض المشكلات القديمة وبين استخدامها في حل بعض المشكلات المتوقعة أو المعاصرة.

وفي ضوء ما سبق ينبغي على المعلم أن يقوم بما يلى:

- ربط الموضوع الحالى بما سبق دراسته عند تخطيط دروس الرياضيات .
- يشجع التلاميذ على الربط بين الأفكار والمفاهيم والقوانين والمهارات الرياضية المختلفة.
- يربط بين المفاهيم الرياضية والمشكلات الحياتية، ويربط بين الخبرات الرياضية السابقة والجديدة، ويربط بين فروع الرياضيات المختلفة الجبر، الهندسة... إلخ.
- تحليل محتوى المادة الدراسية لتحديد المفاهيم الرئيسة والفرعية والعلاقات والقواعد وتحديد العلاقات التي ينبغي أن يستنتجها التلميذ مع تصميم الأنشطة التعليمية التي تمكنه من إدراك الترابطات المختلفة وبناء معرفة رياضية مترابطة ذات معنى.

٦. دور المتعلم:

يقوم المتعلم بمجموعة من الأدوار تساعده على تنمية الترابط الرياضي وتزيد من قدرته على التعلم منها: (الصعيدي،٢٠١٢، ٨٩)

- إدراك التتابع والتسلسل في ربط أفكاره.
- ربط الخبرات والأفكار الرياضية واستخدامها استخداما صحيحا.
- الاهتمام بالتخطيط اللازم لأداء أي عمل أو مهمة تعليمية.
- استخلاص النتائج بطريقة منطقية سليمة.
- الوعي بعملية ربط المعرفة السابقة بالمعلومات الجديدة.
- النظرة إلى الموضوعات الرياضية نظرة كلية شاملة عميقة.
- إجراء المقارنة بين المفاهيم والإجراءات.
- استكشاف المشكلات والنتائج ووصفها باستخدام التمثيلات المختلفة (العددية– البيانية– اللفظية– الرمزية).
- فهم الأدوار التي تؤدي الرياضيات في المواد الدراسية الأخرى والحياة اليومية.

ويضاف إلى الأدوار السابقة ما يلي:

- إدراك العلاقة بين المعرفة الرياضية والمواقف الحياتية وتوظيفها في مواقف مشابهة.
- تكوين علاقات بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى والمواقف الحياتية أثناء.
- إدراك العلاقات بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وتكوين العلاقات بين المفاهيم الرياضية في موضوعات مختلفة.

المحور الثالث: الميل نحو الرياضيات

إن تكوين الميل لدى التلاميذ وتنميته هدف رئيس لتدريس الرياضيات ينبغي على معلمي الرياضيات تحقيقه؛ نظرا لأهمية الميل في حياة التلميذ وتشكيل شخصيته، وبالتالي اشراكه بصورة فعالة في العملية التعليمية مما يؤدي إلى سرعة التعلم والاحتفاظ به، فكلما زاد الميل لدى الشخص زاد تعلمه، وزادت رغبته في المعرفة والفهم.

وتشير الميول إلى ما يهتم به التلاميذ ويفضلونه من أشياء وأنشطة ومواد دراسية وما يقومون به من أعمال وأنشطة محببة إليهم يشعرون من خلالها بقدر كبير من الحب والارتياح، أي أنها تعبر عن اهتمامات وتنظيمات وجدانية تجعل الفرد يعطي انتباها أو اهتماما لموضوع معين، ويشترك في أنشطة إدراكية (عقلية) أو عملية ترتبط به ويشعر بقدر من الارتياح في ممارسته لهذه الأنشطة. (شحاتة والنجار، ٢٠٠٣، ٣٠٨)

ويعرف الميل بأنه استجابة الفرد استجابة إيجابية نحو شخص أو شئ أو موضوع أو عمل معين. (محمد ٢٠١٢، ٣١)

ويعرفه محمد (٢٠١٤، ٤٣٧) بأنه استعداد لدى الفرد يثير انتباهه واهتمامه بموضوع معين.

أي أن الميل شعور يدفع التلميذ إلى الاهتمام والانتباه بصورة مستمرة إلى شئ ما أو موضوع معين بحيث يفضله على أشياء أخرى، ويكون مصحوبا بالاستمتاع والارتياح.

وتعددت وجهات النظر في تعريف الميل نحو الرياضيات منها بأنه:

- شعور التلميذ بالاستمتاع والارتياح أثناء دراسة الرياضيات واهتمامه بأنشطتها وشعوره بأهميتها وحبه لمعلمها.(أبو الحديد، ٢٠٠٦، ٥؛ أبو هلال، ٢٠١٢، ٨؛ الحسني، ٢٠١٤، ٨)
- شعور داخلي لدى الفرد، وابداء استجابة موجبة نحو دراسة مادة الرياضيات، وكذلك الشعور بأهميتها وفائدتها، والشعور بقيمة حصة الرياضيات، مع استمرارية اهتمامه بها مستقبلا. (أبو علي، ٢٠١٢، ٥٢)
- نزعات فطرية تحفز الفرد إلى الانجذاب والاهتمام بمادة الرياضيات والشعور بقيمتها وأهميتها والاستمتاع بأنشطتها واحترام وحب معلمها. (الراعي، ٢٠١٤، ٦٤)
- هو شعور التلميذ بالاستمتاع والارتياح أثناء دراسة الرياضيات واهتمامه بأنشطتها وشعوره بأهميتها. (يونس، ٢٠١٥ ، ٣٧)

- هو شعور التلميذ بالاستمتاع أثناء دراسة الرياضيات وشعوره بأهميتها، واهتمامه بتعلمها. (مهدي، ٢٠١٦، ٧٨)
- كل ما يبديه التلاميذ من رغبة ونزوع لدراسة مادة الرياضيات من خلال ما يعبرون عنه من مشاعر الحب والارتياح اتجاه المادة. (الليثي، ٢٠١٧، ١٧٨)

ويعرفه الباحث إجرائيا بأنه: شعور تلميذ الصف السادس الابتدائي بالاستمتاع والارتياح أثناء دراسة الرياضيات وتطبيقاتها وأنشطتها واهتمامه بتعلمها وشعوره بأهميتها وحبه لمعلمها.

تنمية الميل نحو الرياضيات:

إن تنمية الميول الحافزة لتعلم الرياضيات والاستمتاع بها، والإحساس بأهميتها هدف أساسي من أهداف تعليم الرياضيات، وبالتالي فإن معلم الرياضيات لابد وأن يسعى ليس فقط لأن يكون تلاميذه قادرين على تعلم الرياضيات، بل أيضا أن يكونوا محبين للرياضيات ولديهم الدافعية الذاتية لدراستها.(عبيد، ٢٠٠٤، ٨٧)

ويذكر أبو هلال (٢٠١٢، ٥٧) ويونس (٢٠١٥، ٤٠: ٤١) مجموعة من العوامل التي تساعد على تنمية الميل نحو الرياضيات لدى التلاميذ، منها

- تقديم بيئة تعليمية مناسبة لمستوى التلاميذ وأنماط تعلم.
- إبراز أهمية الموضوعات الرياضية التي يدرسها التلاميذ في الرياضيات، وذلك من خلال توظيف أساليب قريبة من حياه التلميذ.
- استخدام المعلم لأساليب تعزيز تتناسب مع ما يحرزه المتعلم من نجاح أثناء عملية التعلم.
- إفساح المجال لدى التلميذ للتعبير عن الفكرة التي تدور في ذهنه بالتمثيل الذي يراه مناسب.

وبالتالي لتنمية الميل نحو الرياضيات ينبغي توفير بيئة تعليمية مناسبة لتعلم مادة الرياضيات، حيث يتأثر الميل تأثيرا كبيرا بالبيئة التي يعيش فيها التلميذ، فكلما توفرت بيئة مليئة بالنشاط كلما أصبح عند التلميذ ميولا إيجابية نحو هذا النشاط.

أهمية الميل نحو الرياضيات

إن التعرف على ميول التلاميذ أثناء عملية التعلم له أثر كبير في استخدام أفضل الطرق والأساليب اللازمة للفهم، وذلك لإثارة الدافعية للتعلم، وتنمية الميل نحو المادة التعليمية، وكذلك نحو المعلم، والرياضيات بحاجة إلى إثارة الدافعية لدى التلاميذ لكي يظهروا ميول نحوها، أما إذا بقي الجفاف في عرض الأفكار الرياضية والمفاهيم، دون مراعاة فهم التلاميذ، واللجوء إلى الحفظ في كثير من الأحيان شأنها شأن باقي المواد الأدبية، فهذا يقلل من ميول التلاميذ نحوها. (يونس، ٢٠١٥، ٣٨)

وأكد العديد من الدراسات على تنمية الميل نحو الرياضيات منها دراسة (نصار، ٢٠٠٩) التي توصلت نتائجها إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

ودراسة الساعدي (٢٠١١) التي توصلت نتائجها إلى وجود فرق دال إحصائيا في مقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية، ودراسة علي(٢٠١٣) التي توصلت نتائجها إلى وجود فرق دال إحصائيا بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح التطبيق البعدي، مما يدل على أن موضوعات البرنامج ساعدت على تنمية ميل الطلاب مجموعة البحث نحو الرياضيات.

ودراسة يونس (٢٠١٥) التي توصلت نتائجها إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية، وأوصت بالاهتمام بالعمل على تنمية الميل في مختلف المراحل التعليمية، ودراسة عشوش (٢٠١٥) التي توصلت نتائجها إلى وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لمقياس الميل نحوها لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

ودراسة أبو نرجس (٢٠١٦) التي توصلت نتائجها إلى وجود دال إحصائيا بين متوسطي درجات تلاميذ عينة البحث المجموعتين التجريبية والضابطة في مقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية، ودراسة الليثى (٢٠١٧) التي توصلت نتائجها إلى وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي، والبعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح التطبيق البعدي.

العلاقة بين البراعة الرياضية والترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات:

تشتمل الطبيعة المترابطة والمتشابكة لأبعاد البراعة الرياضية على تقديم المعارف الرياضية في صورة بناء رياضي متكامل من حيث ربط المعارف والخبرات الرياضية السابقة بمعارف رياضية جديدة، وربط الأفكار الرياضية بعضها البعض لتكوين كل مترابط، وربط الأفكار الرياضية بالمواد الدراسية الأخرى، وتوظيف المفاهيم والعلاقات لحل المشكلات اليومية والحياتية، وكل هذا يساعد على تنمية مهارت الترابط الرياضي.

كما أن استخدام التلاميذ لأبعاد البراعة الرياضية من خلال عرض مشكلات رياضية تمس واقع الحياة اليومية والحياتية لديهم، يؤدي إلى توليد الرغبة والحماس وقبول التحدي لحل تلك المشكلات الرياضية؛ مما يساعد على تنمية الميل نحو مادة الرياضيات.

والاستيعاب المفاهيمي كأحد أبعاد البراعة الرياضية يشير إلى فهم الأفكار الرياضية، والقدرة على تمثيل المواقف الرياضية بطرق مختلفة، ومعرفة كيفية إجراء تمثيلات مختلفة ومن المهم معرفة كيفية ربط هذه التمثيلات مع بعضها البعض وكيفية تشابههم واختلافهم ودرجة فهم المفاهيم عند التلاميذ تتعلق بمدى قدرتهم على عمل الترابطات بين المفاهيم والإجراءات. (حسن، ٢٠١٦، ٧٤)، كما أن التلاميذ ذوي الاستيعاب المفاهيمي يعرفون أكثر عن الحقائق والإجراءات وهم على علم بالروابط بين الأفكار الرياضية (Figgins, 2010, 23)، وعلاوة على ذلك فإن معرفتهم ليست متقطعة ومنفصلة عن بعضها ولكن مترابطة حيث تعتمد على المفاهيم القديمة وربطها بالمفاهيم الجديدة وكذلك قدرتهم على تمثيل الحالات الرياضية بطرق مختلفة ومتعددة ومعرفة الكيفية التي تكون بها التمثيلات المختلفة مفيدة لأغراض مختلفة. (Siegfried, 2012, 14)

كما يسمح الاستيعاب المفاهيمي للتلميذ ببناء معرفة جديدة بناء على الربط بينها وبين المعرفة السابقة التي تعلمها، وهذه الطريقة أكثر فائدة للتلميذ من الحفظ البسيط للحقائق والإجراءات، فهي تعزز التذكر وتشجع الطلاقة (Macgregor, 2013, 4)، وحدد Bergem (2013, 55) بأن الاستيعاب المفاهيمي يفهم التلميذ المفاهيم الرياضية والعلاقات والعمليات، ويدمج الأفكار الرياضية بفهم، ويفهم الترابطات في الرياضيات.

ويشير كل من NRC (2001, 129) والمعثم والمنوفي (٢٠١٤، ١٣) وعبيدة (٢٠١٧، ٢٩) ورضوان (٢٠١٦، ٢١: ٢٢) والضاني (٢٠١٧، ٤٩: ٥٠) بأن الاستدلال التكيفي كأحد أبعاد البراعة الرياضية يظهر لدى المتعلم من خلال اكتشاف العلاقات والروابط بين المفاهيم عن طريق التفكير المنطقي، وهذا يوضح العلاقة بين الاستيعاب المفاهيمي ومهارات الترابط الرياضي لدى التلاميذ.

وتشير الرغبة المنتجة كإحدى أبعاد البراعة الرياضية إلى ميل التلاميذ المعتاد إلى الإحساس بمعنى الرياضيات والشعور بأنها مادة يمكن فهمها وأنها مفيدة وذات أهمية، وكذلك الشعور بأن الجهد المبذول في تعلم الرياضيات لا يذهب هباء، وكذلك رؤية التلاميذ أنفسهم متعلمين فاعلين في الرياضيات. (Smuelsson, 2010, 62 ;NRC, 2001, 131)، وهذا يزيد من حماسهم من خلال الاشتراك في الأنشطة والمهام المطلوبة، مما يساعد على تنمية ميل التلاميذ نحو الرياضيات.

ويرى كل من البركاتي (٢٠٠٨، ١١٢: ١١٦) والكبيسي وعبدالله (٢٠١٥، ١١٨: ١٢٧) وحمدي(٢٠١٦،١٩٥) والنعيمي(٢٠١٦،٤٤: ٤٦) والصيداوي وخزعل(٢٠١٧، ٤٠٢) بأن مهارة التعرف على العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها كإحدى مهارات الترابط الرياضي يتم من خلالها تكوين العلاقات الرياضية والتي بشأنها أن تسهم في تكوين ميول التلاميذ في استخدام الرياضيات في حل المشكلات، بدلا من النظر إلى الرياضيات على أنها مجموعة منفصلة، وضرورة تذكر الأفكار السابقة للمتعلم وأهميتها وتمهيدها للتعلم الجديد.

ثانيا: الجانب الميداني للبحث:

أ) مواد البحث:

- **خطوات إعداد البرنامج:** من خلال الاطلاع على بعض البحوث والدراسات السابقة التي تناولت إعداد البرامج التعليمية مثل دراسة خطاب (٢٠١٣) ودراسة عبد الهادي (٢٠١٤) ودراسة السيد (٢٠١٤) ودراسة حسين (٢٠١٦) ودراسة رضوان (٢٠١٦) ودراسة ضهير (٢٠١٧) ودراسة المقيد (٢٠١٧) ودراسة الليثى (٢٠١٧)، واعداد الإطار النظري وتحليل محتوى وحدتي "النسبة والتناسب"، تم إعداد البرنامج وصولا إلى الصورة النهائية له في ضوء الخطوات الإجرائية التالية:

- **أهداف البرنامج:**

الهدف العام للبرنامج: يهدف البرنامج إلى تنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

وقد انبثق من الهدف العام السابق الأهداف الخاصة للبرنامج كما يلي:

- **الأهداف الخاصة للبرنامج:** تمثلت الأهداف الخاصة للبرنامج فى صورة أهداف إجرائية لكل درس من دروس البرنامج، والتي تفرعت عن الهدف العام للبرنامج، وقد تم صياغة أهداف الأهداف الإجرائية بحيث تكون واضحة ومصاغة بشكل إجرائي يمكن تحقيقها، ومناسبة لمستوى التلميذ وشاملة لجميع جوانب التعلم، وتراعي تنمية مهارات الترابط الرياضي، وتم عرض هذه الأهداف الخاصة للبرنامج فى مقدمة كل درس على حدة.

- **تحديد محتوى البرنامج:** تم تحديد واعادة صياغة محتوى وحدتي "النسبة والتناسب" في ضوء أهداف البرنامج، وتم تنظيم محتوى الوحدتين في صورة دروس متصلة تعتمد على أنشطة وخبرات يمر بها التلاميذ سواء أكانت هذه الخبرات معلومات ومعارف يكتسبها التلاميذ، أم أنشطة يمارسونها، أم مواقف يعيشونها، وتمت صياغة محتوى الدروس صياغة مناسبة؛ لتناسب تلاميذ الصف السادس الابتدائي؛ ليكتسبوا من وراء ذلك ما يهدف إليه البرنامج.

- **الخطة الزمنية للبرنامج:** يتضمن البرنامج توزيعا زمنيا لتدريس دروس وحدتي "النسبة والتناسب" في الجدول التالي.

جدول (١)

(يوضح دروس وحدتي "النسبة والتناسب" وعدد الحصص المقترحة لها)

م	الوحدة	الدرس	عدد الحصص المقترحة
١	النسبة	معنى النسبة	٢
٢		خواص النسبة	٢
٣		تدريبات متنوعة على النسبة وخواصها	٣
٤		النسبة بين ثلاثة أعداد	٢
٥		تطبيقات على النسبة (المعدل)	٢
٦		تمارين عامة على الوحدة	٣
		الاجمالي	١٤
١	التناسب	معنى التناسب	١
٢		خواص التناسب	٢
٣		مقياس الرسم	٤
٤		التقسيم التناسبي	٢
٥		حساب المائة	٢
٦		تطبيقات على حساب المائة	٣
٧		تمارين عامة على الوحدة	٢
		الاجمالي	١٦

- **إستراتيجيات التدريس المقترحة لتدريس البرنامج:** تم استخدام بعض إستراتيجيات التدريس لتدريس محتوى وحدتي "النسبة والتناسب" وهي إستراتيجية المكعب- إستراتيجية الأبعاد السداسية (PDEODE)- إستراتيجية التمركز حول المشكلة- إستراتيجية السقالات التعليمية- التمثيلات الرياضية لمناسبتهم لمحتوى وحدتي "النسبة والتناسب" ولخصائص وميول التلاميذ ومهارات الترابط الرياضي.
- **تحديد الأنشطة الإثرائية والوسائل التعليمية للبرنامج:** للأنشطة الإثرائية والوسائل التعليمية دور فعال فى تحقيق الأهداف التعليمية، حيث يؤديان إلى نجاح إستراتيجيات التدريس فى عرض المحتوى بصورة مناسبة واكسابه للمتعلمين بطريقة فعالة وجذابة وأكثر إثارة، وقد تم استخدام العديد من الوسائل التعليمية والأنشطة التعليمية؛ وذلك من أجل فهم موضوعات البرنامج.

- **تحديد أساليب التقويم للبرنامج: وقد مر تقويم البرنامج بثلاث مراحل هي:**

١. **التقويم القبلي:** تم ذلك بتطبيق أدوات الدراسة تطبيقاً قبلياً على مجموعتي البحث التجريبية والضابطة معاً.
٢. **التقويم البنائي (التكويني):** تم هذا التقويم فى كل مراحل تدريس البرنامج وخطواته، ويتم بنهاية كل درس على حدة، ويتضمن كذلك أسئلة التقويم المستخدمة أثناء التدريس؛ وذلك للوقوف على تقدم المتعلمين ومستوى تمكنهم وفهمهم لمحتوى البرنامج.
٣. **التقويم الختامي:** تم التقويم النهائي بتطبيق لأدوات البحث عقب الانتهاء من دراسة دروس البرنامج؛ بهدف الحكم على البرنامج ومدى تحقق الأهداف المحددة له، ويهدف كذلك إلى تحديد مستوى المتعلمين ومدى تحقيقهم للمخرجات التعليمية بعد دراسة البرنامج.

- **إعداد دليل المعلم وأوراق عمل للبرنامج:** تم إعداد الدليل المعلم وأوراق عمل التلميذ، وذلك للتحقق من مدى مناسبة الأهداف لكل درس، ومدى مناسبة عرض محتوى الدروس لمستوى التلاميذ، ومدى ملاءمة الوسائل والأنشطة التعليمية والفترة الزمنية المحددة وأساليب التقويم لتحقيق الأهداف، ولتنمية مهارات الترابط الرياضي والميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

ضبط البرنامج: بعد الانتهاء من إعداد البرامج، قام الباحث بعرضه وما يشتمل عليه من دليل المعلم وأوراق عمل التلميذ على مجموعة من المحكمين المختصين [(١)]؛ وذلك للتأكد من صدق وسلامة البرنامج التعليمي من حيث المحتوى التعليمي وتنظيمه، ومناسبته للأهداف ومستوى التلاميذ، ومناسبته للخطوات الإجرائية، ثم تم إجراء التعديلات التي اقترحها المحكمين، وبذلك أصبح البرنامج في صورتها النهائية[(٢)].

ب) أدوات البحث:

١. إعداد اختبار مهارات الترابط الرياضي:

من خلال الاطلاع على بعض الدراسات والبحوث السابقة التي تناولت بناء اختبارات في الترابط الرياضي، تم إعداد اختبار مهارات الترابط الرياضي، وتضمن إعداده الخطوات التالية:

أ- تحديد هدف الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس مهارات الترابط الرياضي فى وحدتي "النسبة والتناسب" لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

[(١)] ملحق (١): المحكمين.

[(٢)] ملحق (٢): برنامج قائم على البراعة الرياضية.

ب- **تحديد مهارات الترابط الرياضي التي يقيسها الاختبار:** من خلال الاطلاع على بعض الدراسات والبحوث السابقة التي تناولت بناء الاختبارات فى الترابط الرياضي، تم تحديد مهارات الترابط الرياضي المستهدف تنميتها وهي: معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها- فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكى تنتج كلا متكاملا ومترابطا- ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى.

ج- **إعداد الصورة الأولية للاختبار:** بعد الاطلاع على بعض الدراسات والبحوث السابقة تم إعداد اختبار الترابط الرياضي في صورته الأولية، واشتمل على المهارات المستهدف قياسها وعدد الأسئلة المتعلقة بالمهارات، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (٢) مهارات الترابط الرياضي وعدد الأسئلة لكل مهارة

م	مهارات الترابط الرياضي	أرقام الأسئلة	عدد الأسئلة
١	معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها.	١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩	٩
٢	فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكى تنتج كلا متكاملا ومترابطا.	١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨	٩
٣	ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى	١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥	٧

د- **تعليمات الاختبار:** تم مراعاة عند كتابة تعليمات الاختبار أن تكون واضحة ومحددة، وتوجه التلاميذ لقراءة كل سؤال بعناية ودقة، وتوضيح كيفية الإجابة عن الأسئلة، وتم أخذ الخمس دقائق الأولى من الاختبار من أجل تذكرة التلاميذ بالتعليمات.

هـ - **حساب صدق مفردات الاختبار:** للتأكد من صدق الاختبار تم من خلال:

صدق المحكمين: تم عرض الاختبار على مجموعة من المحكمين[(١)]، وذلك بهدف إبداء الرأي حول أسئلة الاختبار وذلك لمراجعته من مطابقته لأهدافه، ودقة صياغة فقراته وصلاحية كل مفردة لقياس المهارة المقصودة، وكذلك مناسبة الفقرات لمستويات التلاميذ، وأجرى الباحث التعديلات اللازمة في بعض مفردات الاختبار، حتى أصبح الاختبار مكون من (٢٥) مفردة.

[(١)] ملحق (١): المحكمون.

الاتساق الداخلي: حيث تم حساب الاتساق الداخلي لأبعاد (مهارات) الاختبار عن طريق إيجاد معامل ارتباط كل بعد بالدرجة الكلية للاختبار وفق معامل الارتباط لبيرسون، ويوضح الجدول التالي معامل الارتباط لكل بعد من أبعاد الاختبار

جدول (٣)

معامل الارتباط للاختبار ككل ولكل بعد على حده

م	المهارة	معامل الارتباط	م	المهارة	معامل الارتباط
١	معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها.	٠,٧٧	٢	فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكي تنتج كلا متكاملا ومترابطا.	٠,٨٥
٣	ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى	٠,٧٥			

ويوضح الجدول السابق أن معاملات الارتباط بين كل بعد من أبعاد الاختبار والاختبار ككل دالة إحصائيا عند مستوى (٠,٠١)، وهذا يؤكد أن أبعاد الاختبار متسقة، وأن الاختبار ككل على مستوى عال من الاتساق.

و- **التجربة الاستطلاعية للاختبار:** تم تطبيق الاختبار استطلاعيا على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بلغت (٤٠) تلميذا وتلميذة بمدرسة عمر بن الخطاب بموشا التابعة لإدارة أسيوط التعليمية وكان الهدف من التجربة:

- **تحديد زمن الاختبار:** تم حساب زمن الاختبار الذي استغرقه تلاميذ المجموعة التي أجريت عليها التجربة الاستطلاعية وعددها (٤٠) تلميذا وتلميذة، ثم حساب متوسط زمن الاختبار، وكان (٤٥) دقيقة تقريبا.
- **حساب معاملات السهولة والصعوبة والتمييز لمفردات الاختبار**[(١)]: تم حساب معامل السهولة والصعوبة والتمييز لكل مفردة من مفردات الاختبار، وذلك بهدف حذف الأسئلة السهلة جدا والصعبة جدا أو إعادة صياغتها، وقد اتضح أن جميع مفردات الاختبار تتمتع بمستوى صعوبة مناسب ومعامل تمييز مناسب.
- **حساب ثبات مفردات الاختبار:** تم استخدام معامل ألفا كرونباخ لايجاد معامل الثبات لاختبار ككل باستخدام برنامج **SPSS**، وكانت معاملات الثبات مناسبة، ويوضح الجدول التالي تلك المعاملات.

(١) ملحق (٣): معاملات السهولة والصعوبة والتمييز لمفردات اختبار مهارات الترابط الرياضي.

جدول (٤)

معامل الثبات لاختبار مهارات الترابط الرياضي ككل ولكل بعد على حده

م	البعد	معامل الثبات	م	البعد	معامل الثبات
١	معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها.	٠,٧٢	٢	فهم الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكي تنتج كلا متكاملا ومترابطا.	٠,٧٦
٣	ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى	٠,٦٩		الاختبار ككل	٠,٨٢

ز- **الصورة النهائية للاختبار**[١]: تم إجراء التعديلات اللازمة فى ضوء آراء المحكمين وأصبح الاختبار فى صورته النهائية، حيث اشتمل على (٢٥) مفردة تقيس ثلاث مهارات رئيسة للترابط الرياضي.

ح- **تحديد درجات اختبار مهارات الترابط الرياضي:** تم تحديد درجة واحدة عن كل مفردة من مفردات الاختبار، وبذلك تصبح الدرجة النهائية للاختبار (٢٥) درجة.

٢. إعداد مقياس الميل نحو الرياضيات

أ- **الهدف من المقياس:** يهدف هذا المقياس إلى قياس الميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

ب- **تحديد أبعاد مقياس الميل نحو الرياضيات المراد قياسها:** من خلال الاطلاع على بعض الدراسات والبحوث التي تناولت الميل نحو الرياضيات، تم تحديد أربعة أبعاد للمقياس وهي الميل نحو طبيعة الرياضيات- الميل نحو تعلم الرياضيات- الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات- الميل نحو معلم الرياضيات.

ج- **إعداد الصورة الأولية للمقياس:** بعد الاطلاع على بعض الدراسات والبحوث السابقة تم إعداد مقياس الميل نحو الرياضيات في صورته الأولية، واشتمل على أربعة أبعاد موزعة على (٢٤) مفردة، والجدول التالي يوضح ذلك:

(٢) ملحق (٤): اختبار مهارات الترابط الرياضي.

جدول (٥) أبعاد المقياس وأرقام المفردات لكل بعد

م	أبعاد المقياس	أرقام المفردات	المجموع
١	الميل نحو طبيعة الرياضيات	١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦	٦
٢	الميل نحو تعلم الرياضيات	٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢	٦
٣	الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات	١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨	٦
٤	الميل نحو معلم الرياضيات	١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤	٦
المجموع			٢٤

د- تعليمات المقياس: تم مراعاة عند كتابة تعليمات المقياس أن تكون واضحة ومحددة، وتم أخذ الخمس دقائق الأولى من المقياس من أجل تذكرة التلاميذ بالتعليمات.

هـ – صدق المقياس: للتأكد من صدق المقياس تم من خلال:

صدق المحكمين: تم عرض المقياس على مجموعة من المحكمين[١]، واجراء التعديلات في ضوء ملاحظتهم، وبهذا أصبح المقياس في صورته النهائية صالحة للتطبيق، ومكون من (٢٤) مفردة.

صدق الاتساق الداخلي: حيث تم حساب الاتساق الداخلي لأبعاد المقياس عن طريق إيجاد معامل ارتباط كل بعد بالدرجة الكلية للمقياس وفق معامل الارتباط لبيرسون، ويوضح الجدول التالي معامل الارتباط لكل بعد من أبعاد المقياس

جدول (٦) معامل الارتباط بين كل بعد من الاختبار والدرجة الكلية للمقياس

م	البعد	معامل الارتباط	م	البعد	معامل الارتباط
١	الميل نحو طبيعة الرياضيات	٠,٩٣	٢	الميل نحو تعلم الرياضيات	٠,٩٢
٣	الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات	٠,٩٥	٤	الميل نحو معلم الرياضيات	٠,٦٧

ويوضح الجدول السابق أن معاملات الارتباط بين كل بعد من أبعاد المقياس والمقياس ككل دالة إحصائيا عند مستوى (٠,٠١)، وهذا يؤكد أن أبعاد المقياس متسقة، وأن المقياس ككل على مستوى عال من الاتساق.

و- التجربة الاستطلاعية للمقياس: تم تطبيق المقياس استطلاعيا على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بلغت (٤٠) تلميذا وتلميذة بمدرسة عمر بن الخطاب بموشا التابعة لإدارة أسيوط وكان الهدف من التجربة:

[١] ملحق (١): المحكمون.

- **تحديد زمن المقياس:** تم حساب زمن المقياس برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ من تلاميذ المجموعة التي أجريت عليها التجربة الاستطلاعية وعددها (٤٠) تلميذا وتلميذة، ثم حساب متوسط زمن المقياس وكان (٣٠) دقيقة تقريبا.
- **حساب ثبات المقياس:** تم استخدام معامل ألفا كرونباخ لايجاد معامل الثبات للمقياس ككل ولكل بعد على حدة باستخدام برنامج **SPSS**، وكانت معاملات الثبات مناسبة، ويوضح الجدول التالي تلك المعاملات.

جدول (٧)

معامل الثبات لمقياس الميل نحو الرياضيات ككل ولكل بعد على حده

م	البعد	معامل الثبات	م	البعد	معامل الثبات
١	الميل نحو طبيعة الرياضيات	٠,٨٦	٢	الميل نحو تعلم الرياضيات	٠,٨٣
٣	الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات	٠,٧٩	٤	الميل نحو معلم الرياضيات	٠,٥٤
	المقياس ككل	٠,٨٨			

ز- **الصورة النهائية للمقياس**(١): تم إجراء التعديلات اللازمة فى ضوء آراء المحكمين وأصبح المقياس فى صورته النهائية، حيث اشتمل على (٢٤) مفردة.

ح- **تحديد درجات المقياس:** يتكون المقياس من (٢٤) عبارة، وتنقسم درجة الموافقة على كل عبارة من العبارات من (١-٣) درجات، وكانت الدرجة الكلية للمقياس (٧٢) درجة.

عينة البحث (مجموعتى البحث): تكونت عينة البحث من فصلين أحدهما مجموعة ضابطة مكونة من (٤٠) تلميذاً وتلميذة ، والفصل الأخر مجموعة تجريبية مكونة من (٤٢) تلميذاً وتلميذة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمدرسة عمر بن الخطاب الابتدائية بموشا بمحافظة أسيوط.

ضبط المتغيرات قبل تنفيذ تجربة البحث:

١. **العمر الزمني:** تم مراعاة تقارب العمر الزمني لتلاميذ مجموعتي البحث عند اختيارها، بلغ متوسط أعمار كل مجموعة ما بين (١١- ١٢) سنة، وبذلك يكون تم ضبط المتغير الزمني من خلال الإطلاع على السجلات بالمدرسة.

٢. **المستوى الاجتماعي والاقتصادي:** تم اختيار مجموعتي البحث من نفس المدرسة الحكومية حيث إنها لا تراعى في توزيع التلاميذ على الفصول عند بدء العام الدراسي أي اعتبارات اجتماعية أو اقتصادية، والتي لا تشترط لقبول التلاميذ بها أي مستوى اجتماعي أو اقتصادي معين.

(١) ملحق (٥): مقياس الميل نحو الرياضيات.

٣. **الجنس:** تم اختيار مجموعتي البحث من مدرسة مشتركة (بنين – بنات) يراعى في توزيع تلاميذها على الفصول التساوي بين الجنسين قدر الإمكان.

٤. **القائم بالتدريس:** تم اختيار معلم للقيام بالتدريس للمجموعة التجريبية باستخدام البرنامج ومعلم آخر للتدريس للمجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة، وتم مراعاة أن يحملان نفس المؤهل العلمي ومتساويان في عدد سنوات الخبرة تقريبا.

٥. **تجانس مجموعتي البحث:**

(٥-١) اختبار مهارات الترابط الرياضي (التطبيق القبلي لاختبار مهارات الترابط الرياضي):

للتأكد من تكافؤ المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار مهارات الترابط الرياضي تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة- التجريبية) في التطبيق القبلي لاختبار، ثم حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات المجموعتين، والدلالة الإحصائية، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (٨)

دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة – التجريبية) في التطبيق القبلي لاختبار مهارات الترابط الرياضي

م	المهارات	المجموعة الضابطة		المجموعة التجريبية		درجات الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة
		المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري			
١	معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها	٣,٨٢	٠,٩٠٣	٣,٧٩	٠,٨٧١	٨٠	٠,٢٠١	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
٢	إدراك الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكى تنتج كلا متكاملا ومترابطا	٣,٦٢	٠,٨٣٨	٣,٦٩	٠,٨١١	٨٠	٠,٣٦	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
٣	ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى	٣,٢٥	٠,٧٧٦	٣,٣٨	٠,٨٢٥	٨٠	٠,٧٣٩	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
	الاختبار ككل	١٠,٧	٢,٠٢٨	١٠,٨٦	٢,٠٧٩	٨٠	٠,٣٤٦	غير دال عند مستوى ٠,٠٥

من خلال الجدول السابق يتضح: لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والتجريبية في كل مهارة من مهارات الترابط الرياضي، والاختبار ككل في التطبيق القبلي، مما يدل على تكافؤ المجموعتين في الاختبار.

(٥-٢) مقياس الميل نحو الرياضيات (التطبيق القبلي لمقياس الميل نحو الرياضيات):

للتأكد من تكافؤ المجموعتين الضابطة والتجريبية في مقياس الميل نحو الرياضيات تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة- التجريبية) في التطبيق القبلي للمقياس، ثم حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات المجموعتين، والدلالة الإحصائية، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول(٩)

دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة – التجريبية)

في التطبيق القبلي للمقياس الميل نحو الرياضيات

م	الأبعاد	المجموعة الضابطة		المجموعة التجريبية		درجات الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة
		المتوسط	الانحراف المعيارى	المتوسط	الانحراف المعيارى			
١	الميل نحو طبيعة الرياضيات	٧	٠,٨٢	٦,٩٥	٠,٧٦	٨٠	٠,٢٧٣	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
٢	الميل نحو تعلم الرياضيات	٦,٩٨	٠,٨٦	٧,٠٢	٠,٧٨	٨٠	٠,٢٦٩	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
٣	الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات	٦,٩٢	٠,٨٩	٦,٩٣	٠,٨٧	٨٠	٠,٠١٨	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
٤	الميل نحو معلم الرياضيات	٦,٨٨	٠,٦٩	٦,٩	٠,٦٦	٨٠	٠,٢٠١	غير دال عند مستوى ٠,٠٥
	المقياس ككل	٢٧,٧٨	٢,٣٨	٢٧,٨١	٢,٢٣	٨٠	٠,٠٦٨	غير دال عند مستوى ٠,٠٥

من خلال الجدول السابق يتضح: لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والتجريبية في مقياس الميل نحو الرياضيات في التطبيق القبلي، مما يدل على تكافؤ المجموعتين في المقياس.

نتائج البحث وتفسيرها:

١. **اختبار صحة الفرض الأول:** للتأكد من صحة نتائج الفرض الأول والذي ينص على "**لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترابط الرياضي**"، تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تلاميذ المجموعتين في التطبيق البعدي للاختبار ككل، وكذلك لكل مهارة من مهاراته، ثم حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات المجموعتين للاختبار، وكذلك اختبار الدلالة الإحصائية وقيمة حجم الأثر. **والجدول التالي يوضح ذلك:** ⇐

جدول (١٠)

دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة – التجريبية) في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترابط الرياضي وحجم التأثير (قيمة مربع (η^2)) وقوة التأثير(d)

م	المهارات	المجموعة الضابطة		المجموعة التجريبية		درجات الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة	قيمة (η^2)	قيم (d)	قيمة حجم الأثر
		المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري						
١	معرفة العلاقات بين الأفكار الرياضية واستخدامها	٤	٠,٩٣٤	٦,٦	١,٦٨٢	٨٠	٨,٥٧٥	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٤٧٩	١,٩٢	كبير
٢	إدراك الارتباط بين الأفكار الرياضية وكيفية بنائها على بعضها البعض لكى تنتج كلا متكاملا ومترابطا	٣,٧	٠,٨٥٣	٦,٢١	١,٧٨٨	٨٠	٨,٠٦١	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٤٤٨	١,٨	كبير
٣	ربط الرياضيات بالحياة اليومية وبالعلوم الأخرى	٣,٣٨	٠,٨٠٧	٥,٠٢	١,٣٩	٨٠	٦,٥٣٥	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٣٤٨	١,٤٦	كبير
	الاختبار ككل	١١,٠٨	١,٨١٧	١٧,٨٣	٤,٤٥٦	٨٠	٨,٩١٢	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٤٩٨	١,٩٩	كبير

من خلال الجدول السابق يتضح أنه: يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لكل مهارة من مهارات الترابط الرياضي، والاختبار ككل لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية، ويعود ذلك لاستخدام البرنامج القائم على البراعة الرياضية في تدريس وحدتي"النسبة والتناسب"، وكذلك يتضح أيضا أن البرنامج له تأثير كبير في تنمية مهارات الترابط الرياضي لتلاميذ المجموعة التجريبية، وبذلك تم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل وهو "**يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترابط الرياضي لصالح المجموعة التجريبية**"، وهذا يجيب على السؤال الأول للبحث.

وتتفق نتيجة هذا البحث مع دراسة البركاتي (٢٠٠٨) ودراسة رياني (٢٠١١) ودراسة عمر (٢٠١٣) ودراسة خطاب (٢٠١٣) ودراسة يوسف (٢٠١٥) وخليل (٢٠١٦) ودراسة النعيمي (٢٠١٦) ودراسة أبوسرية (٢٠١٦) ودراسة عبد الله وأمين (٢٠١٧) ودراسة المقيد (٢٠١٧) ودراسة بدر (٢٠١٧) ودراسة ضهير (٢٠١٧) ودراسة الصيداوي وخزعل (٢٠١٧).

٢. **اختبار صحة الفرض الثاني:** للتأكد من صحة نتائج الفرض الثاني والذي ينص على "**لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات** "، تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة – التجريبية) في التطبيق البعدي للمقياس، ثم حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات المجموعتين للمقياس، وكذلك اختبار الدلالة الإحصائية، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (١١)

دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة – التجريبية) في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات وحجم التأثير (قيمة مربع (η^2)) وقوة التأثير (d)

م	المستويات	المجموعة الضابطة		المجموعة التجريبية		درجات الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة	قيمة (η^2)	قيم(d)	قيمة حجم الأثر
		المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري						
١	الميل نحو طبيعة الرياضيات	٧,٠٨	٠,٧٣	١٣,١٧	٢,١٤	٨٠	١٧,٠٨	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٧٨٥	٣,٨٢	كبير
٢	الميل نحو تعلم الرياضيات	٧,٠٥	٠,٨٢	١٢,٢٩	٢,٦٨	٨٠	١١,٨٤	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٦٣٧	٢,٦٥	كبير
٣	الميل نحو الاستمتاع بالرياضيات	٧	٠,٨٧٧	١٢,٥٢	١,٨٤	٨٠	١٧,٤١	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٧٩١	٣,٨٩	كبير
٤	الميل نحو معلم الرياضيات	٦,٩	٠,٥٥	١٢,٤٨	٢,٤٩	٨٠	١٣,٨٤	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٧٠٥	٣,٠٩	كبير
المقياس ككل		٢٨,٠٢	٢,٠١	٥٠,٤٥	٥,٦٣	٨٠	٢٣,٨٠	دال عند مستوى ٠,٠١	٠,٨٧٦	٥,٣٢	كبير

من خلال الجدول السابق يتضح أنه: يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات، ويعود ذلك لاستخدام البرنامج القائم على البراعة الرياضية في تدريس وحدتي "النسبة والتناسب"، وكذلك يتضح أيضا أن البرنامج له تأثير كبير في تنمية الميل نحو الرياضيات لدى تلاميذ المجموعة التجريبية، وبذلك تم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل وهو "**يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية**"، وهذا يجيب على السؤال الثاني للبحث.

وتتفق نتيجة هذا البحث مع دراسة أبو الحديد (٢٠٠٦) ودراسة نصار (٢٠٠٩) ودراسة أبو هلال (٢٠١٢) ودراسة أبو علي (٢٠١٣) ودراسة حسن (٢٠١٣) ودراسة علي(٢٠١٣) ودراسة الحسني (٢٠١٤) ودراسة محمد (٢٠١٤) ودراسة الراعي (٢٠١٤) ودراسة يونس(٢٠١٥) ودراسة أبو نرجس (٢٠١٦) ودراسة الليثى (٢٠١٧).

تفسير النتائج:

ارتفاع أداء تلاميذ المجموعة التجريبية في لاختبار الترابط الرياضي ومقياس الميل نحو الرياضيات يرجع إلى أن:

- البرنامج يعتمد على تقديم المعارف الرياضية في صورة بناء رياضي متكامل ومناسب من حيث ربط المعارف والخبرات الرياضية السابقة بمعارف رياضية جديدة، مما كان له الأثر لدى التلاميذ في توضيح فائدة وقيمة الرياضيات في مجالات الحياة المختلفة لديهم، مما ساعد التلاميذ على الفهم العميق لمحتوى مادة الرياضيات المقدمة إليهم.
- طبيعة البرنامج أتاحت الفرصة للتلاميذ لربط الأفكار الرياضية بعضها البعض لتكوين كل مترابط، وربط الأفكار الرياضية بالمواد الدراسية الأخرى، وتوظيف المفاهيم والعلاقات لحل المشكلات اليومية والحياتية.
- استخدام أكثر من إستراتيجية لتقديم محتوى البرنامج ساعد على جذب انتباه التلاميذ وقلل من تسرب الملل إليهم، وهذا زاد من حماسهم من خلال الاشتراك في الأنشطة والمهام المطلوبة، وبناء معلومات ذات معنى مع إيجاد روابط بين المعلومات الجديدة وخبراتهم السابقة.
- البرنامج يعتمد على تحدي تفكير التلاميذ من خلال عرض مشكلات رياضية تمس واقع الحياة اليومية والحياتية لديهم، الأمر الذي أدى إلى توليد الرغبة والحماس وقبول التحدي لحل تلك المشكلات الرياضية؛ مما ساعد على تنمية الميل نحو مادة الرياضيات.

- تدعيم البرنامج للمفاهيم والمهارات الجديدة من خلال ربطها بمشكلات الحياتية ومساعدة التلاميذ على إدراك كيف أن الأفكار الرياضية مترابطة، وتوضيح المفاهيم الخاطئة للتلاميذ وتقديم وصلات رياضية لهم.
- مشاركة التلاميذ في الأنشطة ساعدت على إثارة دافعيتهم مما حثهم على فهم المادة التعليمية وتنظيم أفكارهم وربطها ببعضها البعض وبالمواد الأخرى وكذلك ربطها بالواقع وبالمشكلات الحياتية التي تواجههم.
- البرنامج يتضمن أنشطة ومشكلات رياضية تتناسب مع المرحلة العمرية للتلاميذ وتثير تفكيرهم، وتساعد على الربط بين المعلومات الرياضية السابقة والجديدة، من خلال استدعاء المعلومات الرياضية السابقة والبناء عليها لتكوين المعرفة الجديدة.
- تم تخصيص وقت كافي لانخراط التلاميذ في المهام والأنشطة التي يتطلبها تنفيذ البرنامج بالاعتماد على التنوع في إستراتيجيات التدريس ساهم في استخلاص المفاهيم والعلاقات الرياضية وربطها معا وزيادة قدرة التلاميذ على ربط الأفكار بعضها البعض.

التوصيات:

في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث يوصي الباحث بالآتي:

- توجيه اهتمام مطوري ومخططي مناهج الرياضيات المدرسية لأهمية تضمين البراعة الرياضية ومكوناتها في جميع المراحل التعليمية.
- توجيه نظر القائمين على إعداد مناهج الرياضيات في مختلف المراحل الدراسية بإعادة تنظيم الوحدات الدراسية في ضوء البراعة الرياضية والترابطات الرياضية، لتقديم الرياضيات في صورة بناء رياضي متكامل.
- الإفادة من الأدوات والمواد البحثية التي أُعدت في هذا البحث في تعليم التلاميذ وتنمية مهاراتهم.
- ضرورة عقد دورات تدريبية وندوات وورش عمل مستمرة لمعلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؛ لتدريبهم على استخدام الاستراتيجيات الحديثة المتعلقة بالبراعة الرياضية في تدريس الرياضيات.
- عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات لتوظيف البراعة الرياضية والترابط الرياضي وتشجيع الميل نحو الرياضيات في العملية التدريسية كأهداف أساسية في تدريس الرياضيات.
- الاهتمام بتطوير مناهج الرياضيات في كافة المراحل الدراسية المختلفة، وأساليب وطرائق تدريسها في ضوء الاتجاهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات.

البحوث المقترحة:

في ضوء ما توصل له البحث من توصيات يقترح ما يلي:

- دراسة أثر برنامج تدريبي لتنمية مهارات الترابط الرياضي والبراعة الرياضية لدي طلاب كلية التربية لشعبة الرياضيات .
- دراسة أثر برنامج قائم على البراعة الرياضية لتنمية مهارات التفكير التحليلي والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ الفئات الخاصة (المتفوقين –ذوى صعوبات تعلم – ....).
- دراسة أثر برنامج تدريبي قائم على عادات العقل لتنمية مهارات الترابط الرياضي والتفكير الناقد في المراحل الدراسية المختلفة.

المراجع

١. أبو الحديد، فاطمة عبد السلام (٢٠٠٦). أثر تدريس وحدة في المجموعات لتلاميذ المرحلة الابتدائية في ضوء نظرية الذكاءات المتعددة على التحصيل والميل نحو الرياضيات. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية، جامعة بنها، المؤتمر العلمي السادس، ١٩-٢٠ يوليو، ص ص ٢٢٠- ٢٥٩.

٢. أبو الرايات، علاء المرسي حامد (٢٠١٤). فعالية استخدام نموذج أبعاد التعلم لمارزانو في تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية، جامعة بنها، المجلد (١٧)، العدد(٤)، أبريل، ص ص ٥٣- ١٠٤.

٣. أبو علي، مرجانة جمعة محمد (٢٠١٣). برنامج مقترح قائم على استخدام التعلم الإلكتروني ومدى فاعليته في تحصيل تلاميذ الصف الخامس الابتدائي في ليبيا وميولهم نحو تعلم الرياضيات. **مجلة القراءة والمعرفة**، العدد (١٤٤)، أكتوبر، ص ص ٤٥- ٥٨.

٤. أبو نرجس، نزار كاظم عباس (٢٠١٦). أثر استعمال استراتيجية الخرائط الذهنية في تحصيل وبقاء اثر التعلم لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي في مادة الرياضيات وميلهم نحوها. **مجلة كلية التربية الأساسية**، كلية التربية الأساسية، الجامعة المستنصرية، العدد (٢٢)، ص ص ٢٩١- ٣٢٢.

٥. أبوهلال، فادي أحمد محمد (٢٠١٨). أثر التعلم القائم على الترفيه في تنمية التفكير في الرياضيات والميل نحوها لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي في غزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٦. أبو هلال، محمد أحمد (٢٠١٢). أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الأساسي. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٧. أبوسرية، مي سليمان سليمان (٢٠١٦). أثر استخدام معمل الرياضيات في تنمية مهارات الترابط الرياضي والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات الصف السابع الأساسي بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**. كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٨. بدر، بثينة بنت محمد بن محمود (٢٠١٧). أثر استخدام الخرائط الذهنية في تنمية مهارات الترابطات الرياضية ومهارات التفكير البصري في الرياضيات. **مجلة العلوم التربوية والنفسية**، جامعة القصيم بالسعودية، المجلد (١٠)، العدد (٣)، مارس، ص ص ٨٠٥- ٨٤٩.

٩. البركاتي، نيفين بنت حمزة شرف (٢٠٠٨م). أثر التدريس باستخدام استراتيجيات الذكاءات المتعددة والقبعات الست و K.W.L في التحصيل والتواصل والترابط الرياضي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط بمدينة مكة المكرمة، **رسالة دكتوراه غير منشورة**، جامعة أم القرى بالسعودية.

١٠. حسن، أريج خضر (٢٠١٨). العلاقة الارتباطية بين البراعة الرياضية لدى مدرسى رياضيات المرحلة الثانوية والبراعة الرياضية لدى طلبتهم. **مجلة جامعة الأنبار للعلوم الانسانية**، العدد (٢)، ص ص ٣٧١- ٣٩٠.

١١. حسن، شيماء محمد علي (٢٠١٦). فاعلية برنامج قائم على استراتيجيات التدريس المتمايز فى تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية- جامعة بنها، المجلد (١٩)، العدد(٥)، أبريل، ص ص ٥١-١٠٢.

١٢. حسن، وردة يحيى (٢٠١٣). فاعلية إستراتيجية المحطات العلمية في حل المسائل الرياضية والميل نحو المادة لدى تلميذات الصف الخامس الابتدائي. **رسالة ماجستير غير منشورة**. كلية التربية الأساسية- الجامعة المستنصرية.

١٣. الحسني، فاتن محمد على (٢٠١٤).أثر استخدام النمذجة الرياضية على تنمية مهارات التفكير المنظومي في الرياضيات والميل نحوها لدى طالبات الصف الخامس الأساسي بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

١٤. حسين، إبراهيم التونسي السيد (٢٠١٦). فاعلية برنامج قائم على عادات العقل فى تعلم الرياضيات لتنمية التحصيل ومهارات الحل الابداعى للمشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (١٩)، العدد (٨)، يوليو، ٣٤٢- ٣٥٠.

١٥. حمدي، إيمان سمير (٢٠١٦). فاعلية استخدام استراتيجية قبعات التفكير الست فى تنمية التحصيل والقوة الرياضية لدى طلاب الصف الثانى الثانوى. **مجلة تربويات الرياضيات**. المجلد (١٩)، العدد (٦)، أبريل، ص ص ١١٨- ١٩٤.

١٦. خطاب، أحمد على ابراهيم (٢٠١٣). فاعلية برنامج تدريبى مقترح قائم على الخرائط الذهنية الإلكترونية فى تنمية الترابطات الرياضية والتفكير البصرى لدى الطلاب المعلمين شعبة الرياضيات. **مجلة دراسات فى المناهج وطرق التدريس**، كلية التربية- جامعة عين شمس، العدد (١٩٥)، ص ص ٥٦-١٠٤.

١٧. خليل، إبراهيم بن الحسين إبراهيم (٢٠١٦).الممارسات التدريسية لمعلمي رياضيات الصفوف العليا بالمرحلة الابتدائية في مكونات القوة الرياضية. **مجلة رسالة التربية وعلم النفس**، السعوية، العدد (٥٤)، سبتمبر، ص ص ١٥١- ١٧٢.

١٨. الراعي، أمجد محمد (٢٠١٤). فعالية إستراتيجية التعليم المتمايز في تدريس الرياضيات على اكتساب المفاهيم الرياضية والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

١٩. الرباط، بهيرة شفيق إبراهيم (٢٠١٢). برنامج قائم على أنشطة الترابطات الرياضية لتنمية مهارات الحس العددي لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي. **مجلة دراسات فى المناهج وطرق التدريس**، العدد (١٨٦)، سبتمبر، ص ص ٥٤- ١٠١.

٢٠. رضوان، إيناس نبيل (٢٠١٦). أثر برنامج تعليمي قائم على أبعاد البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الاساسي في محافظة قلقيلية. **رسالة ماجستير غير منشورة** ، كلية الدراسات العليا- جامعة النجاح الوطنية، متاح على الموقع:

٢١. الرفاعي، أحمد محمد رجائي (٢٠١٢). أثر برنامج تدريبي مدمج في الترابطات الرياضية- يستخدم منتدى تعليميي- على تحسين معرفة واتجاه وأداء الطالب المعلم شعبة التعليم الابتدائي تخصص الرياضيات. **المجلة التربوية بالكويت**، المجلد (٢٦)، العدد (١٠٣)، يونيو، ص ص ٢٥٣- ١٩٥.

٢٢. الرويس، عبد العزيز بن محمد (٢٠١١). دراسة تحليلية لمعياري الترابط والتواصل الرياضي في مصفوفة المدى والتتابع للرياضيات خلال الصفوف" ١-٨" في المملكة العربية. **مجلة كلية التربية**، جامعة الأزهر، العدد (١٤٥)، الجزء الثاني، ص ص ٣٧٩- ٤٠٩.

٢٣. رياني، علي بن حمد (٢٠١١). أثر برنامج إثرائي قائم على عادات العقل في التفكير الإبداعي والقوة الرياضية لدى طلاب الصف الأول المتوسط بمكة المكرمة. **رسالة دكتوراه غير منشورة**، جامعة أم القرى، مكة المكرمة السعودية.

٢٤. الساعدي، عمار طعمه جاسم (٢٠١١). أثر استخدام التعلم النشط في تحصيل طلاب الصف الثالث المتوسط في الرياضيات وميلهم نحو دراستها، **مجلة البحوث التربوية والنفسية** كلية التربية الأساسية، جامعة ميسان، ص ص ٢٧٩-٣١٢.

٢٥. السواعي، عثمان نايف (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين**. دبي: دار القلم.

٢٦. السيد، سامية عبدالعزيز عبدالسلام (٢٠١٤). برنامج قائم على استراتيجيات التفكير المتشعب في تدريس الرياضيات لتنمية القوة الرياضياتية وبعض عادات العقل لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**. المجلد (١٧)، العدد (٧)، أكتوبر، ص ص ٢٤٥- ٢٥٥.

٢٧. سيفين، عماد شوقي ملقي (٢٠١٦). فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على نموذج " مارزانو لأبعاد التعلم " فى تنمية الكفاءة الرياضية وبعض عادات العقل فى الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية، جامعة بنها، المجلد(١٩)، العدد(٤)، أبريل، ص ص ١٧١- ٢١٧.

٢٨. شحاتة، حسن والنجار، زينب (٢٠٠٣). **معجم المصطلحات التربوية والنفسية**. القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.

٢٩. الصعيدي، منصور (٢٠١٢). فاعلية برنامج قائم على بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترابطات الرياضية وحل المشكلات الحياتية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **رسالة دكتوراه غير منشورة**، كلية التربية، جامعة بنها.

٣٠. الصيداوي، غسان رشيد وخزعل، تحرير عبد الحسين (٢٠١٧). أثر استخدام استراتيجية المتشابهات في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. **مجلة الأستاذ**، العدد (٢٢١)، المجلد الثاني، ص ص ٣٨٧- ٤١٠.

٣١. الضاني، محمود رائد عزيز (٢٠١٧). أثر استخدام استراتيجية التعلم بالدماغ ذي الجانبين *على تنمية* البراعة الرياضية لدى طلاب الصف السادس الأساسى بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٣٢. ضهير، خالد سلمان حميد (٢٠١٧). برنامج قائم على الذكاءات المتعددة لتنمية مهارات التواصل والترابط الرياضي لدى طلاب التعليم الأساسي بفلسطين. **مجلة القراءة والمعرفة**، العدد (١٨٥)، مارس، ص ص ٢٠٩- ٢٣١.

٣٣. عباس، محمد والعبسي، محمد (٢٠٠٧). **مناهج وأساليب تدريس الرياضيات في المرحلة الأساسية الدنيا**. عمان : دار المسيرة.

٣٤. عبد الحميد، رشا هاشم (٢٠١١). فعالية المدخل الإنسانى فى تدريس الرياضيات وتنمية القوة الرياضية والدافعية للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية. **رسالة دكتوراه غير منشورة**، كلية البنات، جامعة عين شمس.

٣٥. --------- (٢٠١٧). فعالية استخدام استراتيجية الرحلات المعرفية عبر الويب (الويب كوست) فى تدريس الهندسة لتنمية البراعة الرياضية لدى طالبات المرحلة المتوسطة. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية، جامعة بنها، المجلد (٢٠)، العدد (٣)، أبريل، ص ص ٣٢- ٨٧.

٣٦. عبد الفتاح، سيد عبد الله (٢٠١٤). فاعلية برنامج مقترح قائم على بعض عادات العقل المنتجة في تنمية مهارات القوة الرياضية لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي. **مجلة تربويات الرياضيات**، كلية التربية، جامعة بنها، المجلد (١٧)، العدد (٣)، أبريل، ص ص ١٩٤-٢٧٢.

٣٧. عبد القادر، محمد خالد فايز (٢٠١٨). أثر توظيف استراتيجية الرؤوس المرقمة في تنمية مهارات التفكير البصري في الرياضيات والميل نحوها لدى طلاب الصف الرابع الأساسي بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٣٨. عبد الله، مدركة صالح وأمين، داليا عبد علي (٢٠١٧). استراتيجية المتشابهات وأثرها في التحصيل والترابط الرياضي لتلميذات الصف الخامس الابتدائي. **مجلة الفنون والأدب وعلوم الإنسانيات والاجتماع**. كلية الامارات للعلوم التربوية بدبي الامارات، العدد (١٧). أكتوبر، ص ص٦٤- ٤٢.

٣٩. عبد المجيد، أحمد صادق (٢٠١٣). أثر استخدام الترابطات الرياضية وبعض الاستراتيجات التدريس البصري على مستويات تجهيزات المعلومات والتقويم الذاتي لانماط المعرفة الرياضية المكتوبة لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادي. **مجلة الدراسات التربوية والنفسية**، كلية التربية، جامعة السلطان قابوس، المجلد (٧)، العدد (٢)، أبريل، ص ص ١٦٧- ١٨٥.

٤٠. عبد الهادي، أشرف محمد رياض (٢٠١٤). برنامج قائم علي المدخل الجمالي في الرياضيات لتنمية التفكير الابتكاري ومهارات التفكير الرياضي لدي تلاميذ الحلقة الأولي من التعليم الأساسي. **مجلة القراءة والمعرفة**. العدد (١٤٩)، مارس، ص ص ٦١ – ٨٧.

٤١. عبيد، وليم تاوضروس (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير**. عمان: دار المسيرة.

٤٢. عبيدة، ناصر السيد (٢٠١٧). فاعلية نموذج تدريسي قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، **مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس**، العدد (٢١٩)، ص ص ١٦ – ٧٠.

٤٣. عشوش، إبراهيم محمد رشوان (٢٠١٥). أثر استخدام إستراتيجية خرائط العقل في تنمية التفكير الناقد في الرياضيات والميل نحوها لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (١٨)، العدد (٦)، يوليو، ص ص ٢٢٧– ٢٨٥.

٤٤. على، محمد ابراهيم حسن (٢٠١٦). فاعلية التمثيلات الرياضية فى تنمية أبعاد الكفاءة الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادى. **المجلة العلمية بكلية التربية بالوادي الجديد**، العدد (٢٢)، مايو، ص ص ١٣٠– ١٤٧.

٤٥. علي، ميرفت محمود محمد (٢٠١٣). برنامج قائم على التعلم النشط لتنمية الثقافة الرياضياتية والميل نحو الرياضيات لدى الطلاب المعلمين بالشعب الأدبية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (١٦)، العدد (١)، يناير، ص ص ١٠٤– ١٤٠.

٤٦. عمر، دعاء خالد عبد القادر (٢٠١٣). أثر استخدام معمل الرياضيات الافتراضى فى تنمية مهارات الترابط الرياضى لدى تلميذات الصف الرابع الإبتدائى بمدينة مكة المكرمة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية– جامعة أم القرى.

٤٧. قاسم، بشرى محمود والصيداوى، غسان رشيد (٢٠١٣). أثر برنامج تدريبى لتنمية القوة الرياضية لدى الطلبة المطبقين على القوة الرياضية لدى طلبة الصف الثانى المتوسط، **مجلة الاستاذ**، المجلد الأول، العدد (٢٠٦)، ص ص ٣٥٥– ٣٨٤.

٤٨. قاسم، بشرى محمود وعبد العبودي، أحمد حمزة (٢٠١٤). تحليل محتوى كتب الرياضيات في المرحلة الابتدائية في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000). . **مجلة العلوم الإنسانية** ، كلية التربية للعلوم الإنسانية، جامعة بابل بالعراق، العدد (٢١)، ص ص ٢٨١- ٢٩٤.

٤٩. القبيلات، محمد على والمقداوى، أحمد محمد (٢٠١٤). أثر التدريس وفق القوة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف الثاني الأساسي فى الأردن. **مجلة دراسات العلوم التربوية**، المجلد (٤١)، ص ٣٣٣- ٣٤٦.

٥٠. الكبيسي، عبد الواحد حميد وعبدالله، مدركة صالح (٢٠١٥). **القدرات العقلية والرياضيات**. عمان: مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع.

٥١. الليثى، خالد جمال الدين أبو الحسن (٢٠١٧). أثر برنامج تعليمى مقترح قائم على تطبيقات الرياضيات الحياتية لتنمية مهارات حل المشكلات واتخاذ القرار والميل نحو دراسة الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (٢٠)، العدد (٣)، أبريل، ص ص ١٦٥- ٢١٣.

٥٢. محمد، أحمد يحيى محمد (٢٠١٢). برنامج قائم على اللاخطية في الرياضيات لتنمية القدرة على حل المشكلات والميل نحو المادة لدى طلاب الصف الأول الثانوي. **مجلة القراءة والمعرفة**، العدد (١٣١)، سبتمبر، ص ص ٢١- ٣٦.

٥٣. محمد، محسن علي (٢٠١٤). فاعلية تعليم الألغاز الرياضية في التحصيل وتنمية الميل نحو مادة الرياضيات لدى طالبات المرحلة الثانية في معاهد إعداد المعلمات. **مجلة العلوم التربوية والنفسية بالعراق**، العدد (١٠٦)، ص ص ٤٢٩- ٤٧٢.

٥٤. المعثم، خالد بن عبد الله والمنوفي، سعيد جابر (٢٠١٢). تنمية البراعة الرياضية توجه جديد نحو الرياضيات المدرسية، ورقة عمل مقدمة للمؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات وتعلمها في التعليم العام بعنوان: بحث وتجارب مميزة. **الجمعية السعودية للعلوم الرياضية (جسر)**. جامعة الملك سعود بالتعاون مع شركة تطوير للخدمات التعليمية. الرياض في الفترة من (٢١- ٢٣) سبتمبر، ص ص ١-٣٢.

٥٥. المقيد، سامر محمد عبد الله (٢٠١٧). فاعلية برنامج مقترح قائم على عادات العقل في تنمية القوة الرياضية لدى طلاب الصف الرابع الأساسي بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة.** كلية التربية– الجامعة الإسلامية بغزة.

٥٦. منصور، فايز محمد (٢٠١٥). فاعلية وحدة في الإحصاء قائمة على التمثيلات والترابطات الرياضية في تنمية مهارات التفكير الإحصائي والتحصيل والاحتفاظ بالتعلم لدى طلاب المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (١٨)، العدد (٥)، يوليو، ص ص ١٥٥– ٢٠١.

٥٧. مهدي، إيمان عبد الله محمد (٢٠١٦). فاعلية استخدام نموذج التعلم التفارغى لتدريس تكنولوجيا النانو لتنمية التفكير الإبداعى والتحصيل والميل نحو الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية. **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد (١٩)، العدد (١٢)، أكتوبر، ص ص ٦٧– ١٢٦.

٥٨. المولى، حميد مجيد (٢٠٠٩). **تعليم وتعلم الرياضيات من أجل الفهم**. دمشق: دار الينابيع.

٥٩. نصار، إيهاب خليل (٢٠٠٩). أثر استخدام الألغاز في تنمية التفكير الناقد في الرياضيات والميل نحوها لدى تلاميذ الصف الرابع الأساسي بغزة. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

٦٠. النعيمي، غاده بنت سالم بن سالم (٢٠١٦). أثر استخدام برنامج جيوجبرا (Geogebra) في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى طالبات الصف الأول الثانوي بمدينة الرياض. **المجلة التربوية الدولية المتخصصة بالأردن**، المجلد (٥)، العدد(٥) ، ص ص ٣٩ – ٦٢.

٦١. يوسف، ناصر حلمي علي (٢٠١٥). أثر استراتيجية التعلم المتمركز حول المشكلة المنظم ذاتيا فى تنمية الترابط الرياضى وعادات العقل لدى طلاب المرحلة المتوسطة. **مجلة التربية للبحوث التربوية والنفسية والاجتماعية**، كلية التربية– جامعة الأزهر. العدد (١٦٦)، الجزء (٢)، كلية التربية– جامعة الأزهر، ديسمبر، ص ص ٢٤٠– ٣٠٠.

٦٢. يونس، بشرى عمر (٢٠١٥). أثر استخدام الألعاب التربوية في تنمية بعض مهارات التفكير في الرياضيات والميول نحوها لدى تلامذة الصف الثالث الأساسي. **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة.

63. Allsopp, D.; Lovin, L.; van Ingen, S (2017). Supporting Mathematical Proficiency. **TEACHING Exceptional Children**, V(49), N(4), pp273-283.

64. Ally, N; Christiansen, I. (2013). Opportunities to Develop Mathematical Proficiency in Grade 6 Mathematics Classrooms in KwaZulu-Natal. **Perspectives in Education**, V(31), N(3), pp106-121.

65. Applebaum, M.; Leikin, R. (2010). Translations toward Connected Mathematics. **Mathematics Teacher**, V(103), N(8), pp562-569.

66. Apryl L. P; Delinda. v; Amy M. (2012). Students' Understanding of Diagrams for Solving Word Problems: A Framework for Assessing Diagram Proficiency. **TEACHING Exceptional Children**, V(47), N(3), pp153- 162.

67. Awofala, A.(2017). Assessing Senior Secondary School Students' Mathematical Proficiency as Related to Gender and Performance in Mathematics in Nigeria. **International Journal of Research in Education and Science**, V(3) N(2), pp488-502.

68. Bellomo; Carryn. (2010). Discussion and Experiment on in Operating History into the Mathematics Classroom, **journal of College teaching& learning**. V(7), N(4), pp 19-24.

69. Bergem, O. (2013). Developing Mathematical Proficiency and Democratical Agency through participation. An Analysis of Teacher-Student Dialogues in A Norwegian 9th, Grade Classroom Student Voice in mathematics classrooms around the world, Sense Publishers, pp 143-160.

70. Businskas, A. (2008). How Secondary Mathematics Teachers Conceptualize and contend with Mathematical Connections Simon Fraser University (Canada) .

71. California State Board of Education (2014). Common Core State Standards Mathematics. The California Department of Education, Califonia: U.S.A.

72. Colton, C. (2010). Justifying Answers and Providing Explanations for Mathematical Thinking: the impact on Student Learning in a Middle-School Classroom, e MA.T Degree, University of Nebraska, Lincoln.

73. Danielle, H. (2014). The Impact of Mathematical Proficiency on the Number-Space Association.

74. Eli, J. (2009). An Exploratory Mixed Methods Study of Prospective Middle Grades Teachers' Mathematical Connections While Completing Investigative Tasks in Geometry. Doctoral Dissertation, University of Kentucky.

75. Figgins, L. (2010). Four Elementary Teachers' Journeys into the Understanding and Application of Mathematical Proficiency. **PHD of Education**. Northern Illinois University.

76. Freund, D. (2011). Opportunities to Develop Mathematical Proficiency: How Teachers Structure Participation in the Elementary Mathematics Classroom, **Ph.D.** Dissertation, University of California, Los Angeles.

77. Glacey, K. (2011). A Study of Mathematical Connections Through Children's literature in a Fifth- and Sixth- Grade Classroom, Math in The Middle Institute Partnership, Action Research Project Report, University of Nebraska-Lincoln.

78. Gray, D. P. (2014). Instructional Strategies that Build Mathematical Proficiency (1 ed). New York: Common Core Coach Mathematical.

79. Groth, R. (2017). Classroom Data Analysis with the Five Strands of Mathematical Proficiency. Clearing House: **A Journal of Educational Strategies**, Issues and Ideas, V(90), N(3), pp103-109.

80. Groves, S. (2012). Developing Mathematical Proficiency. e Groves, V(35),N(2), pp119-145.

81. Harper, F. (2012).How One Teacher Uses Complex Instruction to Develop Students' Mathematical Proficiency, **Master of Arts in Education**, Stanford University.

82. Hoffmann, D.; Mussolin, C.; Martin, R.; Schiltz, C. (2014). The Impact of Mathematical Proficiency on the Number-Space Association. PLoS ONE, V(9),N(1), pp1-11.

83. Jbeili, J.(2012).The effect of Cooperative Learning with Met cognitive Scaffolding on Mathematics Conceptual Understanding and Procedural Fluency, International **Journal for Research in Education** (IJRE),V(3), N (32) ,pp 45-71.

84. Jennifer, S.(2007).Classroom Practices That Promote Mathematical Proficiency for all Students, **Teaching children Mathematics** ,October, 14(3),pp163-169.

85. Kaldo, I.; Reiska, P. (2012). Estonian Science and Non – Science Students' Attitudes towards Mathematics at University Level, Teaching Mathematics and Its Applications: **An International Journal of the IMA**, V(31), N2, pp 95-105.

86. Kastberg, Signe E.; Frye, R. Scott (2013). Norms and Mathematical Proficiency. T**eaching Children Mathematics**, V(20), N(1), pp 28-35.

87. Khairani, A., & Nordin, M. (2011). The development and construct validation of the mathematics proficiency test for 14-year-old students. Asia Pacific Journal of Educators and Education, V (26), N(1), pp33- 50.

88. Kilpatrick, J.; Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy of Sciences – National Research Council. Retrieved from http://www.nap.edu/ catalog/9822.html

89. Kim, S., & Davidenko, S. (2007). Supporting mathematical proficiency through computational fluency: Assessing the impact of the E.nopi MATH exercises. In D. Berlin & A.White (Eds.). Global issues, challenges, and opportunities to advance. International Consortium for Research in Science and Mathematics Education. Columbus, OH: Ohio State University.

90. MacGregor, D. (2013). **Academy of math Developing Mathematical Proficiency**. EPS Literacy and Intervention.

91. Moodly, V. (2008). A description of mathematical proficiency, in number skills, of grade ten leaners in both the Mathematics and Mathematics Literacy cohorts at a North Durban school, **Master degree of Education**. Faculty of Education, University of Kwazulu – Natal.

92. Moseley, L. (2012).The impact of analyzing correct versus incorrect student work samples on students' mathematical proficiency, April, University of Tennessee

93. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM (Author).

94. National Research Council (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Kilpatrick, J.,Swafford, J. & Findell, B. (Eds.) Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

95. Ormond,C. (2016).Scaffolding the Mathematical "Connections": A New Approach to Preparing Teaching of Lower Secondary Algebra, **Australian journal of Teacher Education**, V(41), N(6),pp 122-164.

96. Patrice, D. (2011). Opportunities to Develop Mathematical Proficiency: How Teachers Structure Participation in the. Los Angeles: University Of California.

97. Philipp, J. (2010). Productive Disposition: The Missing Component of Mathematical Proficiency. San Diego: San Diego State University.

98. Regan, B. (2012). The Relationship between State High School Exit Exams and Mathematical Proficiency: Analyses of the Complexity, Content, and Format of Items and Assessment Protocols. Ohio, Ohio University.

99. Rider, R. (2004). The effect of multi- representational Methods on students, knowledge of function concepts in Development college mathematics, unpublished doctoral Dissertation, north Carolina state university.

100. Samuelsson, J. (2010).The Impact of Teaching Approaches on Students' Mathematical Proficiency in Sweden, **International Electronic Journal of Mathematics Education**, V(5), N(2), pp 61- 78.

101. Siegfried, J. (2012). The Hidden Strand of Mathematical Proficiency: Defining and Assessing for Productive Disposition in Elementary School Teachers 'Mathematical Content Knowledge. SAN Diego: University Of California, San Diego San Diego State University.

102. Smit, J; Bakker, A; van Eerde, H; Kuijpers, M. (2016). Using genre pedagogy to promote student proficiency in the language required for interpreting line graphs. **Mathematics Education Research Journal**, V(28), N(3), pp 457 – 478.

103. Thanheiser, E. (2017). Commentary on Mathematical Tasks and the Student: Coherence and Connectedness of Mathematics, Cycles of Task Design, and Context of Implementation. **The International Journal on Mathematics Education**, V(49). N(6), pp 965-969.

104. Tulis,M.; Ainley. M. (2011). Interest, Enjoyment and Pride after Failure Experiences? Predictors of Students' State-Emotions after Success and Failure during Learning in Mathematics, Educational Psychology, V(31), N(7), pp779-807.

105. Wethall, N.(2011). The Impact of Mathematical Modeling on Student Learning and Attitudes, Master in Education.

106. Wu, Z.(2008).Using the MSA Model to Assess Chinese Sixth Graders' Mathematics Proficiency. **Journal of Mathematics Education**, V(1),N (1), pp 74–95.